

Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

Appello straordinario - 21 Settembre 2017
tempo a disposizione : 120 minuti

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

Esercizio 1. [6 pt.]

Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^3 = i \cdot \bar{z}$$

Esercizio 2. [10 pt.]

Si consideri il seguente sistema lineare in 3 equazioni e 4 incognite:

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = c_1 \\ -x_1 - x_2 + x_3 = c_2 \\ x_1 - 2x_3 - x_4 = c_3 \end{cases}$$

- (a) Si determini la matrice A corrispondente al sistema omogeneo associato.
- (b) Si determini la dimensione e una base dello spazio delle colonne (immagine) di A .
- (c) Si determini la dimensione e una base dello spazio nullo (nucleo) di A .
- (d) Trovare l'insieme di tutte le soluzioni (x_1, x_2, x_3, x_4) del sistema di sopra dove i termini noti sono $c_1 = 5, c_2 = -2, c_3 = 1$.

Esercizio 3. [12 pt.]

Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ dove

$$f(\mathbf{e}_1) = 3 \cdot \mathbf{e}_1; \quad f(\mathbf{e}_2) = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}; \quad f(\mathbf{e}_3) = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; \quad f(\mathbf{e}_4) = -2 \cdot \mathbf{e}_4.$$

- (a) Scrivere la matrice A associata a f rispetto alla base canonica.
- (b) Determinare gli autovalori di A .
- (c) Trovare una base per ciascuno degli autospazi.
- (d) Trovare, se esiste, una matrice invertibile S tale che $S^{-1} \cdot A \cdot S = D$ è una matrice diagonale.

Esercizio 4. [5pt.]

Si considerino i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^3 :

$$V_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 3y - z = 0\}.$$

$$V_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 6y - 2z = 0\}.$$

Trovare un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il cui nucleo $\text{Ker}(T) = V_1 \cap V_2$.