Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

26 Giugno 2017 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. [6 pt.]

Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^5 \;=\; -4z$$

Esercizio 2. [12 pt.]

Si considerino le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori di A e di B.
2. Trovare una base per ciascuno degli autospazi di A e di B.
3. Determinare se le matrici A e B sono *simili*, cioè se esiste una matrice di cambiamento di base S tale che $S^{-1} A\, S = B$.

Esercizio 3. [10 pt.]

Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita ponendo

$$f(x, y, z) = (y, -3x + 2y + 3z)$$

1. Determinare la matrice associata a f rispetto alla base canonica.
2. Determinare se f è iniettiva.
3. Verificare che f è suriettiva e determinarne un'inversa destra.
4. Trovare una base del nucleo di f.
5. Determinare tutte le soluzioni (x, y, x) dell'equazione $f(x, y, z) = (3, 0)$.

Esercizio 4. [5pt.]

- Trovare una qualunque applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ avente come autovalori $\lambda = -1$, $\lambda = 2$, e $\lambda = 3$ e calcolare il determinante della matrice associata rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1)\}$.