Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

5 Giugno 2017 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. [6 pt.]

Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^2 = -i\overline{z}$$

Esercizio 2. [9 pt.]

Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita ponendo

$$T(x, y, z) = (x, -2x + 3y + z)$$

1. Determinare la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.
2. Verificare che T è suriettiva e determinarne un'inversa destra.
3. Determinare se T è iniettiva.
4. Determinare tutte le soluzioni del seguente sistema

$$\begin{cases} x = 1 \\ -2x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

Esercizio 3. [12 pt.]

Si considerino le due matrici

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori di A_1 e A_2.
2. Trovare una base per ciascuno degli autospazi di A_1 e A_2.
3. Determinare se le matrici A_1 e A_2 sono *simili*, cioè se esiste una matrice di cambiamento di base B tale che $B^{-1}A_1B = A_2$.

Esercizio 4. [6pt.]

- Trovare un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ avente come autovalori $\lambda = 2$ e $\lambda = 3$, e calcolare il determinante della matrice associata.

- È vera la seguente proprietà? (La risposta deve essere giustificata)

  "Ogni matrice 2×2 con autovalori $\lambda = 2$ e $\lambda = 3$ ha determinante 6."