Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

**27 Gennaio 2017 – tempo a disposizione : 120 minuti**

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

**Esercizio 1. [6 pt.]**
Trovare tutte le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$e^{5\overline{z}+2} - e^{z} = 0$$

**Esercizio 2.** **[9 pt.]** Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita ponendo

$$T(x, y, z, w) = (x + z + w, w, 2x + y + 3z + w, -x + y - w)$$

1. Si determini la dimensione e una base di $\mathrm{Im}(T)$;
2. Si determini la dimensione e una base di $\ker(T)$;
3. Determinare tutte le soluzioni del seguente sistema

$$\begin{cases} x + z + w = 7 \\ w = 4 \\ 2x + y + 3z + w = 9 \\ -x + y - w = -8 \end{cases}$$

**Esercizio 3. [11 pt.]**
Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 & k-3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -2k \\ 0 & 0 & 0 & k-1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori di $A_k$ e la loro molteplicità algebrica.
2. Determinare per quali $k \in \mathbb{R}$ la matrice $A_k$ è diagonalizzabile.
3. Determinare per quali $k \in \mathbb{R}$ la matrice $A_k$ non è invertibile.
4. Quando $k = 0$, trovare una matrice invertibile $S$ tale che $S^{-1} A_k S$ è una matrice diagonale.

**Esercizio 4. [6pt.]**
Trovare la matrice associata $A$ rispetto alla base canonica di un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ che soddisfa le seguenti tre proprietà:

1. $(1, 1, 0)$ è autovettore di autovalore 1,
2. $(0, 1, 1)$ è autovettore di autovalore $-1$,
3. $(1, 1, 1) \in \ker(f)$.