Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

6 Giugno 2106 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.

(a) Determinare l'insieme S_1 di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^3 + 2\overline{z} = 0$$

(b) Determinare l'insieme S_2 di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{2z} - e^{\overline{z}+3} \ = \ 0$$

SOLUZIONE:

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema lineare in 3 equazioni e 4 incognite:

$$\begin{cases} 4x_1 - x_3 - 3x_4 = a_1 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 - x_4 = a_2 \\ 6x_1 - x_2 - 5x_3 - 4x_4 = a_3 \end{cases}$$

(a) Si determini la matrice A corrispondente al sistema omogeneo associato.

(b) Si determini la dimensione e una base dello spazio delle colonne di A.

(c) Si determini la dimensione e una base dello spazio nullo (nucleo) di A.

(d) Trovare l'insieme di tutte le soluzioni (x_1, x_2, x_3) del sistema di sopra dove i termini noti sono $a_1 = 3, a_2 = 9, a_3 = 12$.

SOLUZIONE:

Esercizio 3. Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare tale che

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-4x_1 + 3x_2, -6x_1 + 5x_2, 8x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4, 5x_1 - 2x_2 + 2x_4)$$

1. Determinare gli autovalori di T.
2. Trovare una base per ciascuno degli autospazi.
3. Determinare se T è diagonalizzabile.

SOLUZIONE:

Esercizio 4. Consideriamo i seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$:

$$v_1 = (0, 1, -5);\ v_2 = (3, 2, 0);\ v_3 = (0, 1, -4).$$

(a) Verificare che $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$.

(b) Scegliendo un opportuno n, trovare un'applicazione lineare suriettiva $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^n$ il cui nucleo coincide con $\mathrm{Span}(\{v_1, v_2\})$.

SOLUZIONE: