Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

28 Gennaio 2106 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.

(a) Determinare l'insieme S_1 di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$z \; = \; -i \cdot \overline{z}^2$$

(b) Determinare l'insieme S_2 di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{3z+1} - e^{\overline{z}} \; = \; 0$$

SOLUZIONE:

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ definita da:

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 + 3x_2 + 2x_4 - x_5,\ x_3 + 4x_4 - 3x_5,\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 - 4x_5).$$

(a) Si determini la dimensione e una base dell'immagine di T.

(b) Si determini la dimensione e una base del nucleo di T.

(c) Trovare l'insieme di tutti vettori $v = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ tali che $T(v) = (2, 1, 3)$.

SOLUZIONE:

Esercizio 3. Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita da

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (3x_1 + x_3, x_1 + 2x_2 + x_3, 2x_3, -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4).$$

(a) Si scriva la matrice A associata a f rispetto alla base canonica.

(b) Determinare gli autovalori di A.

(c) Trovare una base per ciascuno degli autospazi.

(d) Trovare, se esiste, una matrice invertibile S tale che $S^{-1} \cdot A \cdot S = D$ è una matrice diagonale.

SOLUZIONE:

Esercizio 4. Consideriamo i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$:

$$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 6y - 2z = 0\}.$$
$$W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x + 8y + 4z = 0\}.$$

(a) Trovare una base del sottospazio $W = W_1 \cap W_2$.

(b) Trovare una applicazione lineare $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ la cui immagine $\mathrm{Im}(T) = W$.

SOLUZIONE: