Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

8 Gennaio 2106 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.

(a) Determinare l'insieme S_1 di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$2z^4 = \overline{z}^2$$

(b) Determinare l'insieme S_2 di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{\overline{z}} + i = 0$$

SOLUZIONE:

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita da:

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4, 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4, x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4, -x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 2x_4).$$

(a) Si determini la dimensione e una base dell'immagine di T.

(b) Si determini la dimensione e una base del nucleo di T.

(c) Trovare l'insieme di tutti vettori $v = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ tali che $T(v) = (2, 5, 3, 0)$.

SOLUZIONE:

Esercizio 3. Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita da

$$T(x, y, z, t) = (-2x + 3t, 4x + 3y - 5t, x + 3z, 6x + t).$$

(a) Si scriva la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.

(b) Determinare gli autovalori di A.

(c) Trovare una base per ciascuno degli autospazi.

(d) Trovare, se esiste, una matrice invertibile S tale che $S^{-1} \cdot A \cdot S = D$ è una matrice diagonale.

SOLUZIONE:

Esercizio 4. Consideriamo il sottospazio

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + z = 0\}.$$

Si esibisca un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la cui immagine sia E, e si descriva poi la controimmagine $T^{-1}(0, 1, 2) = \{(x, y, z) \mid T(x, y, z) = (0, 1, 2)\}$.

SOLUZIONE: