Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

penalità	totale

1 Settembre 2015 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.[5 pt.]
Determinare l'insieme S di tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$e^{4z} - e^{2-\overline{z}} \; = \; 0$$

Esercizio 2.[5 pt.] Si consideri l'insieme $S = \{z \in \mathbb{C} \mid z^9 = z\}$.

(1a). Determinare l'insieme $T = \{z \in S \mid \mathrm{Re}(z) = \mathrm{Im}(z)\}$.

(1c). Determinare l'insieme $U = \{z \in S \mid \ \mathrm{Re}(z) + \mathrm{Im}(z) = 0\}$.

(1d). Determinare l'insieme $T \cap U$.

Esercizio 3. [**12 pt.**] Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare la cui matrice associata rispetto alla base canonica è

$$A_f = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

(3a). Si determini la dimensione dell'immagine di f e una sua base.

(3b). Si determini la dimensione del nucleo di f e una sua base.

(3c). Determinare tutte le soluzioni del sistema non omogeneo

$$\begin{cases} x + y + 2z + t = 2 \\ 2x + 2y + 4z + 3t = 5 \\ x + 2y + 4z + t = 3 \\ -x - 2y - 4z + 2t = 0 \end{cases}$$

Esercizio 4. [12 pt.] Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2k & 0 \\ 4k^2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(3a). Al variare del parametro k, calcolare il polinomio caratteristico e gli autovalori di A_k.

(3b). Al variare del parametro k, calcolare la dimensione degli autospazi di A_k.

(3c). Determinare l'insieme $D = \{k \in \mathbb{R} \mid A_k \text{ è diagonalizzabile}\}$.

(3d). Per ogni $k \in D$, determinare una base di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di A_k.