

Esercizio 2. [12pt.] Si consideri l'applicazione lineare definita da

$$T(x, y, z) = (2x + y, -y + z, 2x - y + 2z).$$

- (2a). Si determini la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.
- (2b). Si determini la dimensione e una base dell'immagine di T .
- (2c). Si determini la dimensione e una base del nucleo di T .
- (2d). Si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il vettore $(k, k, k - 1)$ appartiene all'immagine di T e per tali k descrivere l'insieme delle soluzioni $T^{-1}(v_k)$.

Esercizio 3. [14pt.] Si consideri la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 6 \\ 2 & -7 & 6 \\ 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}$.

(3a). Calcolare il polinomio caratteristico e gli autovalori di B .

(3b). Calcolare la dimensione degli autospazi di B e stabilire se B è diagonalizzabile.

(3c). In caso affermativo, trovare la forma diagonale e una base di autovettori.

(3d). Calcolare le potenze B^n per $n \in \mathbb{N}$ (suggerimento: distinguere il caso n dispari dal caso n pari).

