Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

penalità | totale

27 Gennaio 2015 – tempo a disposizione : 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1.[8pt.] Si determinino tutte le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z\left(\bar{z}-i\right)^2 = z\left(2iz-4\right) \\ z^5-9z=0 \end{cases}$$

Esercizio 2. [10pt.] Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, si consideri l'applicazione lineare

$$T_k : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$$

definita da:

$$T_k(x, y, z, u) = (x + y + 2z + u, x + 2y + 4z + u, 2x + 2y + 4z + 3u, -x - 2y + (k - 4)z + 2u).$$

Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, si determini:

(2a). la matrice A_k associata a T_k rispetto alla base canonica;
(2b). la dimensione dell'immagine e del nucleo di T_k;
(2c). una base dell'immagine e del nucelo di T_k;
(2d). se T_k sia iniettiva e/o surgettiva.

Esercizio 3. [10+4pt.] Data la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ 5 & -4 & 5 \\ 9 & -9 & 10 \end{pmatrix}$,

(3a). calcolare il polinomio caratteristico, gli autovalori e la dimensione degli autospazi di A;

(3b). stabilire se A è diagonalizzabile e, in caso affermativo, trovare la forma diagonale e una base di autovettori;

(3c). (FACOLTATIVO) [4pt.] calcolare le potenze A^n $(n \in \mathbb{N})$.

Esercizio 4. **[6pt.]** In una scatola ci sono delle monete da 1, 5 e 10 centesimi, per un totale di 7 monete. Il numero di monete da 5 centesimi è il doppio del numero di monete da 10 centesimi, e il valore totale è di 24 centesimi. Trovare il numero di monete di ciascun tipo. Più precisamente:

(4a). Trovare il sistema lineare associato al problema;

(4b). Risolvere il sistema.