

## Meccanica Razionale Prova del 12/1/2000

### USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

#### Primo Esercizio

É data la funzione  $f(x) = x^3 - x$ .

- (a) Trovare i punti fissi.
- (b) Trovare gli eventuali punti periodici di periodo minimo 2.
- (c) Provare che se  $|x_0| < 1$  allora

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f^n(x_0) = 0.$$

- (d) Studiare la stabilit  dei punti fissi di  $f(x)$ .

#### Secondo Esercizio

Considerare il sistema dinamico discreto

$$x(n+1) = ax(n)(1-x(n)) - x(n)y(n)$$

$$y(n+1) = bx(n)y(n)$$

dove  $a$  e  $b$  sono parametri reali positivi. Questo sistema   un modello di interazioni fra due specie: le prede  $x$  e i predatori  $y$ . Nell'assenza di predatori, la popolazione delle prede   governata dall'equazione logistica. Si assume che ciascun predatore uccida un numero di prede proporzionale all'abbondanza delle stesse. Si suppone inoltre che il numero dei predatori al tempo discreto  $n+1$  sia proporzionale al numero dei predatori al tempo  $n$  e al numero delle prede allo stesso tempo. Porre  $b = 1$ .

- (a) Trovare i punti fissi e dire a quali di questi   possibile applicare il teorema di Hartman-Grobman.
- (b) Studiare la stabilit  dei punti fissi al variare di  $a > 0$ , utilizzando il principio di linearizzazione .