

c25giugn

Meccanica Razionale e Analitica

25/6/2003

USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Risolvere due dei seguenti tre esercizi

Primo Esercizio

Una circonferenza materiale pesante di massa M rotola senza strisciare lungo una guida orizzontale restando costantemente nel piano verticale che contiene la guida. Un'asta di massa m e lunghezza L è libera di muoversi senza attrito con gli estremi P e Q vincolati alla circonferenza. Si indichi con d la distanza del centro C della circonferenza dal punto medio H dell'asta e si scelgano come coordinate lagrangiane l'ascissa x di C , valutata a partire da un punto fissato O della guida, e l'angolo θ che il segmento CH forma con la verticale.

(a) Trovare la lagrangiana del sistema.

(b) Trovare due integrali primi.

(c) Assegnate le condizioni iniziali $x(0) = 0$, $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$, $\frac{dx}{dt}(0) = 0$, $\frac{d\theta}{dt}(0) = \omega_0$ provare che lo studio del moto è riconducibile ad una equazione della forma:

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = f(\theta)$$

e calcolare $f(\theta)$.

Secondo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J(y) = \int_0^1 [y'^2 + y^2 + 2y(e^x)] dx$$

nella classe delle funzioni

$$A = \{y(x) \in C^2([0, 1])\}.$$

Provare che esiste il minimo assoluto e trovarlo.

Prova al Calcolatore

Considerare la funzione

$$H(x, y) = \frac{1}{4}y^4 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2.$$

Tracciare (nello stesso grafico) le curve di livello:

$$H(x, y) = -\frac{1}{4}, \quad H(x, y) = -0.1, \quad H(x, y) = -\frac{1}{2} + 0.1$$

$$H(x, y) = -0.05, \quad H(x, y) = -\frac{1}{2} + 0.05$$

relative al quadrato (x, y) , $-2 \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 2$. Usare l'opzione di MAPLE $grid = [100, 100]$.