

Meccanica Razionale e Analitica

Seconda Prova in Itinere 25/5/04

USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Risolvere il primo e il secondo esercizio e la prova al calcolatore

Primo Esercizio

È dato un sistema cartesiano ortogonale destro e inerziale $OXYZ$ con asse Z verticale ascendente. Un secondo sistema cartesiano ortogonale $Oxyz$ ha asse z coincidente con l'asse OZ del primo sistema e ruota con velocità angolare costante ω attorno all'asse OZ . Un punto pesante Q di massa m è vincolato a scorrere sull'asse Ox del riferimento mobile. Un secondo punto pesante P di massa M è vincolato invece a scorrere sull'asse OZ . Fra Q e P agisce una forza elastica attrattiva di costante $h > 0$. Inoltre una forza viscosa di legge

$$\mathbf{F} = -k \frac{dOQ}{dt}$$

con $k > 0$ agisce sul punto Q . Tutti i vincoli sono privi di attrito. Scelti come parametri lagrangiani l'ascissa x del punto Q e la quota z del punto P si trovino le equazioni di moto e le si risolva (in termini reali) per tutti i valori dei parametri. Trovare in particolare la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali

$$z(0) = 0, \dot{z}(0) = 0, x(0) = x_0, \dot{x}(0) = 0$$

Prova al Calcolatore

(1) Risolvere le equazioni di moto del primo esercizio.

(2) Trovare il massimo ed il minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2$$

sotto la condizione

$$\phi(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0.$$