

## Compitino di Analisi del 14-04-2010

### Esercizio 1

Sia data la funzione

$$f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

definita come segue:

$$f(x) = 2x - (x + 2) \ln(x + 1).$$

- (1) Dire se il punto 0 è un punto di massimo o di minimo relativo per  $f$ .
- (2) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}.$$

- (3) Tracciare un grafico qualitativo di  $f$ .

### Esercizio 2

Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} \ln(1 + \sqrt{x}) - \sin x}{\sin^3 \sqrt{x}},$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right).$$

### Esercizio 3

Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile ed  $m \in \mathbb{R}$  tale che  $f'(x) \geq m$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ . Posto

$$Z := \{x \in \mathbb{R} : e^{\sin x} = f(x)\};$$

provare che:

- (1) se  $m > 0$  allora  $Z \neq \emptyset$ ;
- (2) se  $m > 3$  allora  $Z$  consta di un unico elemento.