

4.2 Esercizi proposti

Esercizio 4.15. [BBU77] *Disegnare sul piano di Argand-Gauss i seguenti complessi*

1. $(2 + i)^5$.
2. $\sqrt[4]{\sqrt{2}}_{\mathbb{C}}$ (le radici quarte complesse di $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$).
3. $z \in \mathbb{C}$ tali che $|z| = 2$.
4. $z \in \mathbb{C}$ tali che $\arg(z) = 2$.

Esercizio 4.16. [BBY77] *Mettere in forma esponenziale i seguenti complessi*

1. $2 + 5i$.
2. $-1 - 2i$.
3. $\frac{1}{i}$.
4. $\frac{2-i}{1+i}$.

Esercizio 4.17. [BBQ77] *Semplificare le seguenti espressioni complesse*

1. $(3 + i)(3 - i) \left(\frac{1}{5} + i\frac{1}{10} \right)$.
2. $a^2 - b^2$.
3. $a^2 + b^2$.
4. $a^4 + b^4$.
5. $a^8 + b^8$.

Esercizio 4.18. [BBB77] *Calcolare $(-1 - i)^9$, $i^{2135789}$, $(1 - 5i)^5$*

Esercizio 4.19. [BBB83] *Calcolare $\sqrt[4]{1 - i}_{\mathbb{C}}$, $\sqrt[17]{-i}_{\mathbb{C}}$, $\sqrt[17]{2 - 5i}_{\mathbb{C}}$ e disegnare le radici sul piano di Argand-Gauss.*

Esercizio 4.20. [BBW83] *Dato $z = e^{i\pi/6} + e^{-i\pi/6}$*

1. *Esprimere z in forma cartesiana, trigonometrica, esponenziale.*
2. *Determinare le radici cubiche di z .*

Esercizio 4.21. [BBP83] *Trovare le soluzioni complesse delle equazioni*

1. $z^2 + z + 1 = 0$.
2. $z^2 - 2z - i = 0$.
3. $(3i - 9)z^2 + (5 - 3i)z + 2i = 0$.
4. $z^2i - (i + 4)z - 3i + 1 = 0$.

Esercizio 4.22. [BBB62] *Risolvere in $\mathbb{C}$ le seguenti equazioni:*

1. $z^4 - 16 = 0$.
2. $z^4 - 4 = 0$.

3. $z^{12} - 1 = 0$.

4. $\frac{z^{12}-1}{z^4-1} = 0$.

Esercizio 4.23. [BBR83] *Risolvere le seguenti equazioni complesse e disegnare le soluzioni sul piano di Argand-Gauss*

1. $e^z = e^{3z-\bar{z}}$

2. $e^{2z-1} = e^{z-\bar{z}}$

3. $e^{z\bar{z}} = 3$

Esercizio 4.24. [BBL83] *Risolvere le seguenti equazioni complesse e disegnare le soluzioni sul piano di Argand-Gauss*

1. $z^3\bar{z} = i$

2. $z^2\bar{z}^4 = z^6$

3. $z^2\bar{z}^4 = z^4$

Esercizio 4.25. [BBB48] $(\sqrt[7]{1}_{\mathbb{C}}, \cdot)$ è un gruppo con la moltiplicazione di $\mathbb{C}$?

Esercizio 4.26. [BBX48] Dato $n > 1$, $(\sqrt[n]{1}_{\mathbb{C}}, \cdot)$ è un gruppo con la moltiplicazione di $\mathbb{C}$?