

Algebra Lineare
Ingegneria Chimica e Civile - A. A. 2025/26

Caboara

Esame scritto - Primo appello 14 Gennaio

PRIMA PARTE
Punteggio: risposta corretta = 2 pt

**SCRIVERE I RISULTATI DELLA PRIMA PARTE
SU QUESTO FOGLIO**

Nome e cognome IN STAMPATELLO LEGGIBILE

Cognome:

Nome:

1. Risolvere per $z \in \mathbb{C}$ l'equazione $e^{z\bar{z}} = e^{z^2}$
2. Calcolare il rango della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 \\ i & 0 & 3 & 0 \\ \pi & e & i & 1 \\ e & 4 & \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}$
3. Dare una descrizione cartesiana di $V = \text{Span}((1, 0, 1, 2), (1, 0, 1, -1), (3, 0, 3, 5)) \subseteq \mathbb{K}^4_{SSP}$
4. Determinare il numero di radici reali del polinomio $2x^3 - 6x - 3$.
5. Data la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo associato dalle basi canoniche alla matrice M è diagonalizzabile.

Alcune regole pratiche sullo scritto

- Chi non vuole consegnare deve comunque lasciarmi il testo con nome e cognome.
- È possibile andare in bagno a partire da due ore dall'inizio dello scritto, consegnandomi il cellulare. Andateci immediatamente prima che si inizi. Ovvero, ADESSO.
- È possibile consultare qualunque materiale scritto o stampato, tranne raccolte di esercizi svolti.
- Sono ammesse calcolatrici semplici. NON sono ammessi in aula cellulari/tablet/laptop e simili.
- Se avete bisogno di un foglio, e potete, alzatevi e prendetelo. Altrimenti, ve lo porterò io.
- Non comunicate tra voi (ovviamente!)
- Fatemi pure domande sul testo. A qualcuna potrò rispondere, dipende.
- Le risposte alla prima parte vanno scritte SU QUESTO FOGLIO. Quelle della seconda parte, sui protocolli.
- Scrivete nome e cognome su ogni foglio che consegnate. A parte che sul testo, possibilmente in alto a destra.
- NON CONSEGNATE LA BRUTTA. Consegnate solo quello che volete venga valutato. Non piegate il foglio.
- Motivate tutti gli svolgimenti degli esercizi della seconda parte. Esercizi non motivati subiranno forti penalizzazioni.
- Potete scrivere a penna, matita, penna d'oca o quant'altro, basta che si capisca quello che scrivete.

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni e scritti su fogli vostri.

Esercizio 1 (8pt). *Discutere al variare di $k \in \mathbb{R}$ le soluzioni del sistema*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & k & k \\ k^2 & k & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k-1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2 (8pt). *Data una funzione $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che*

$$T((1, 2, 1)) = (5, 10, 15) \quad T((2, 1, 2)) = (1, 2, 3) \quad T((5, 2, 5)) = (1, 2, 3)$$

1. *Determinare le T che siano morfismi.*

Per queste,

- (a) *Dire se T è isomorfismo.*
- (b) *Scegliere una base B di \mathbb{R}^3 e determinare $(M_T)_B^B$.*
- (c) *Nel caso si abbia anche $T((0, 0, 1)_B) = (0, 0, 1)_B$ discutere la diagonalizzabilità di T .*

Esercizio 3 (8pt). *Dato l'endomorfismo $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ con*

$$(M_T)_{E_3}^{E_3} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix}$$

discutere la diagonalizzabilità di T al variare di a .