

Algebra Lineare  
Ingegneria Chimica e Civile - A. A. 2025/26

Caboara

Esame scritto - Primo appello 14 Gennaio

**PRIMA PARTE**

**Punteggio: risposta corretta = 2 pt**

**SCRIVERE I RISULTATI DELLA PRIMA PARTE  
SU QUESTO FOGLIO**

Nome e cognome IN STAMPATELLO LEGGIBILE

**Cognome:**

**Nome:**

1. Risolvere per  $z \in \mathbb{C}$  l'equazione  $e^{z\bar{z}} = e^{z^2}$
2. Calcolare il rango della matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 \\ i & 0 & 3 & 0 \\ \pi & e & i & 1 \\ e & 4 & \sqrt{2} & 2 \end{pmatrix}$
3. Dare una descrizione cartesiana di  $V = \text{Span}((1, 0, 1, 2), (1, 0, 1, -1), (3, 0, 3, 5)) \underset{SSP}{\subseteq} \mathbb{K}^4$
4. Determinare il numero di radici reali del polinomio  $2x^3 - 6x - 3$ .
5. Data la matrice  $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  dire per quali valori dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  l'endomorfismo associato dalle basi canoniche alla matrice  $M$  è diagonalizzabile.

Alcune regole pratiche sullo scritto

- Chi non vuole consegnare deve comunque lasciarmi il testo con nome e cognome.
- È possibile andare in bagno a partire da due ore dall'inizio dello scritto, consegnandomi il cellulare. Andateci immediatamente prima che si inizi. Ovvero, ADESSO.
- È possibile consultare qualunque materiale scritto o stampato, tranne raccolte di esercizi svolti.
- Sono ammesse calcolatrici semplici. NON sono ammessi in aula cellulari/tablet/laptop e simili.
- Se avete bisogno di un foglio, e potete, alzatevi e prendetelo. Altrimenti, ve lo porterò io.
- Non comunicate tra voi (ovviamente!)
- Fatemi pure domande sul testo. A qualcuna potrò rispondere, dipende.
- Le risposte alla prima parte vanno scritte SU QUESTO FOGLIO. Quelle della seconda parte, sui protocolli.
- Scrivete nome e cognome su ogni foglio che consegnate. A parte che sul testo, possibilmente in alto a destra.
- NON CONSEGNATE LA BRUTTA. Consegnate solo quello che volete venga valutato. Non piegate il foglio.
- Motivate tutti gli svolgimenti degli esercizi della seconda parte. Esercizi non motivati subiranno forti penalizzazioni.
- Potete scrivere a penna, matita, penna d'oca o quant'altro, basta che si capisca quello che scrivete.

## SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni e scritti su fogli vostri.

**Esercizio 1** (8pt). *Discutere al variare di  $k \in \mathbb{R}$  le soluzioni del sistema*

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & k & k \\ k^2 & k & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k-1 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 2** (8pt). *Data una funzione  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che*

$$T((1, 2, 1)) = (5, 10, 15) \quad T((2, 1, 2)) = (1, 2, 3) \quad T((5, 2, 5)) = (1, 2, 3)$$

1. *Determinare le  $T$  che siano morfismi.*

*Per queste,*

(a) *Dire se  $T$  è isomorfismo.*

(b) *Scegliere una base  $B$  di  $\mathbb{R}^3$  e determinare  $(M_T)_B^B$ .*

(c) *Nel caso si abbia anche  $T((0, 0, 1)_B) = (0, 0, 1)_B$  discutere la diagonalizzabilità di  $T$ .*

**Esercizio 3** (8pt). *Dato l'endomorfismo  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  con*

$$(M_T)_{E_3}^{E_3} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix}$$

*discutere la diagonalizzabilità di  $T$  al variare di  $a$ .*