6.2 Esercizi proposti

Osservazione 6.15. [GGD01] *Quando diciamo che un sistema ha ∞^s soluzioni, intendiamo che l'insieme delle soluzioni ha bisogno di almeno s parametri per essere descritto. Questa nozione sarà dettagliata in seguito.*

Esercizio 6.16. [GG01] *Dato il sistema di equazioni lineari*

$$\mathcal{F} : \begin{cases} 2x + z + 2t - 1 = 0 \\ y - t - 1 = 0 \\ -y - z + t = 0 \\ 2x + t - 1 = 0 \end{cases}$$

Determinare le soluzioni.

Soluzione. Esiste un'unica soluzione: $(x, y, z, t) = (0, 2, -1, 1)$. □

Esercizio 6.17. [GG02] *Dato il sistema di equazioni lineari*

$$\mathcal{F} : \begin{cases} 2x + z + 2t - 1 = 0 \\ 3x + y - t - 1 = 0 \\ -y - z + t = 0 \\ 2x + 2z + t - 1 = 0 \end{cases}$$

Determinare le soluzioni.

Soluzione. Esiste un'unica soluzione: $(x, y, z, t) = \left(\frac{4}{11}, 0, \frac{1}{11}, \frac{1}{11}\right)$. □

Esercizio 6.18. [GG03] *Dato il sistema di equazioni lineari*

$$\mathcal{F} : \begin{cases} 2x + y + 3z + 4t = 0 \\ 2x + y + 3z - 1 = 0 \\ 6x + 3y + 9z + 4t - 2 = 0 \\ 8x + 4y + 12z + 12t - 1 = 0 \end{cases}$$

Determinare le soluzioni.

Soluzione. Esistono ∞^2 soluzioni $(x, y, z, t) = \left(-\frac{1}{2}y - \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}, y, z, -\frac{1}{4}\right)$. □

Esercizio 6.19. [GG04] *Dato il sistema di equazioni lineari*

$$\mathcal{F} : \begin{cases} 2x + y + 3z + 4t = 0 \\ 2x + y + 3z - 1 = 0 \\ 6x + 3y + 9z + 4t - 1 = 0 \\ 8x + 4y + 12z + 12t = 0 \end{cases}$$

Determinare le soluzioni.

Soluzione. Il sistema è impossibile. □

Esercizio 6.20. [GG05] *Dato il sistema di equazioni lineari*

$$\mathcal{F} : \begin{cases} 2x + y + 3z + 4t = 0 \\ 2x + y + 3z - 1 = 0 \\ 6x + 3y + 9z + 4t - 2 = 0 \\ x + y + z + t - 1 = 0 \\ 8x + 4y + 12z + 12t - 1 = 0 \\ 2x + 3y + 5z + 2t + 1 = 0 \end{cases}$$

Determinare le soluzioni.

Soluzione. Esiste un' unica soluzione $(x, y, z, t) = \left(2, \frac{3}{8}, -\frac{9}{8}, -\frac{1}{4}\right)$ □

Esercizio 6.21. [CCA15] *Mettere in forma a scala, standard e normale la matrice, conservando le soluzioni nei primi due casi, conservando le soluzioni, se necessario, solo a meno di un riordino delle variabili per la normalizzazione.*

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 6.22. [CCA14] *Mettere in forma a scala, standard e normale la matrice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 6.23. [CCA13] *Mettere in forma a scala, standard e normale la matrice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 6.24. [CCA12] *Mettere in forma a scala, standard e normale la matrice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 6 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 9 & -7 & 2 & -6 & 6 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 6.25. [CCC08] *Determinare relazioni di uguaglianza ed inclusione tra gli insiemi*

$$\begin{aligned} A_1 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 + x^2y = 0\} \\ A_2 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + xy = 0\} \\ A_3 &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 0\} \end{aligned}$$

Esercizio 6.26. [CCC07] *Determinare relazioni di uguaglianza ed inclusione tra gli insiemi*

$$\begin{aligned}A_1 &= \{(1+t, 1-t) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}\} \\A_2 &= \{(1+t^2, 1-t^2) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}\} \\A_3 &= \{(1+t^3, 1-t^3) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}\}\end{aligned}$$