

12.8 Terza prova di autovalutazione

[Auto3] [Tempo stimato 1h]

1. Al variare di $a \in \mathbb{R}$ calcolare $\det \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 1 & a & 2-a \\ a & 1 & 0 & 2 & a^3 \\ 3 & 0 & 0 & a & a+1 \\ 0 & 0 & 0 & a & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a \end{pmatrix}$

Soluzione. Sol: $\det(A) = -3(a^2 + 1)$. □

2. Al variare di $x, y, z \in \mathbb{R}$ determinare il rango della matrice $M := \begin{pmatrix} x & y & -1 & z \\ 1 & z & x-2 & 3 \end{pmatrix}$

Soluzione. Il rango di M è 1 se $x = 1$ e $y = z = 3$; il rango di M è 2 altrimenti. □

3. Dati i parametri $a, k \in \mathbb{R}$ ed il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} y + 2z = 2a + 1 \\ xk + 2z = 2a + 1 \\ xk + y + 2z = 3a + 1 \end{cases}$$

Discutere le soluzioni del sistema al variare di a, k .

Soluzione. Se $k \neq 0$ Il sistema ha un'unica soluzione; Se $k = 0, a = 0$ ha ∞^1 soluzioni, se $k = 0, a \neq 0$ non ha soluzioni. □