

Analisi Matematica I - Ing. Meccanica Esame del 3.2.2023

cognome	nome	matr.	scritto	voto	finale
Arias Rodriguez	Nicolas Ignacic	645779	7	12	
Badame	Virginia	636245	10	21	
Di Diego	Gianluca	622129	8	15	
Lupoli	Daniele	635269	7	12	
Pasquini	Alberto	641255	7	12	
Puccinelli	Giulia	615538	8	15	
Romboli	Gabriele	646016	7	12	
Tomarchio	Michele	635511	9	18	

NON AMMESSI

Adduci	Giulio	620897	6	
Felice	Roberta	642170	6	
Meloni	Alessandro	645757	6	
Monti	Edoardo	643749	6	
Ratti	Francesco	635232	2	

Analisi Matematica I - Ingegneria Meccanica

Esame Scritto del 3.2.2023

1. Scrivere in forma algebrica le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^2 - 2iz + 3 = 0.$$

$$z = 3i, z = -i$$

2. Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{\tan x} + \sqrt{1 - \tan x} \quad x \in] -\pi/2, \pi/2[.$$

$$[0, \pi/4]$$

3. Calcolare il limite (per $n \rightarrow +\infty$) della successione

$$a_n = \frac{n^{3n} \log(n!) ((n!)^{3n-1} + n^3)}{(n+1)!^{3n} ((8n!)^{2/n} - 1)}$$

$$\frac{1}{2e^3}$$

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(\sin(\sin x)) - \sin(\sin x)}{\arctan(\sin x) - \arctan x}$$

$$2$$

5. Determinare il valore minimo della funzione

$$f(x) = \sin x + \cos^2 x, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

$$-1$$

6. Determinare il valore massimo dell'area di un triangolo rettangolo di perimetro unitario.

$$\frac{3-2\sqrt{2}}{4}$$

7. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3x^5} \int_2^x (10t^4 + t^2 \sin(t^7)) dt.$$

$$\frac{2}{3}$$

8. Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = x^3 e^{3x^2}.$$

$$\frac{e^{3x^2}}{18} (3x^2 - 1)$$

9. Tra gli integrali impropri seguenti indicare quelli che risultano convergenti:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2 + x + 1} dx, \quad \int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2 \log(1 + \sqrt{x})} dx, \quad \int_4^5 \frac{1 - 3x}{2 - \sqrt{x}} dx.$$

10. Tra le serie seguenti indicare quelle che risultano convergenti:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(\cos\left(\frac{1}{n}\right) - 1 \right)^2, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^3) - n^{3/5}}{n^{1/4} \log(n^n + n!)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^4) + n^{5/3}}{n^{5/3} \log(n^n + n!)} \quad \text{nessuna}$$

11. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = x \tan y, \quad y(0) = \pi/4.$$

$$y(x) = \arcsen\left(\frac{\sqrt{2}}{2} e^{x^2/2}\right)$$

12. (CON SVOLGIMENTO) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x \arctan x}{1+x}$$

e tracciarne un grafico qualitativo da cui risultino le proprietà essenziali.

$$\text{dom} = \{x \neq -1\}$$

$$f(-\infty) = -\frac{\pi}{2}, \quad f(-1^-) = -\infty, \quad f(-1^+) = +\infty, \quad f(+\infty) = \frac{\pi}{2}$$

$$f'(x) = \frac{(1+x^2) \arctan x + x + x^2}{(1+x^2)(1+x)^2} \quad f'(0) = 0, \quad f' \geq 0 \text{ su } \mathbb{R}^+, \quad f' \leq 0 \text{ su } \mathbb{R}^-$$

$$\text{as. vert. } x = -1$$

$$\text{as. orizz. } y = -\frac{\pi}{2} \text{ verso } -\infty, \quad y = \frac{\pi}{2} \text{ verso } +\infty$$

