

Compito di MD 1 modulo per studenti LMM e WEA
A.A. 2013/14 – 1 luglio 2014

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1. Si consideri la successione definita da $a_0 = 2$, $a_1 = 1$ e

$$a_{n+1} = 3a_n + 5a_{n-1}$$

per ogni $n \geq 1$.

Dimostrare che, per ogni $n \geq 0$, a_n non è multiplo di 5.

Dimostrare che non esistono due termini consecutivi a_m, a_{m+1} della successione che sono entrambi multipli di $p = 19$.

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 2. Trovare tutte le soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} 4x \equiv 2 & (7) \\ x^5 \equiv 2 & (15) \end{cases}$$

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

Esercizio 3. Sia \mathbb{N}_{10} l'insieme dei numeri naturali da 1 a 10 inclusi.

a) Quante sono le funzioni $f : \mathbb{N}_{10} \rightarrow \mathbb{N}_{10}$ la cui immagine $\text{Im}(f)$ ha almeno due elementi?

b) Quante sono le le funzioni $f : \mathbb{N}_{10} \rightarrow \mathbb{N}_{10}$ la cui immagine $\text{Im}(f)$ ha esattamente due elementi?

c) Quante sono le le funzioni $f : \mathbb{N}_{10} \rightarrow \mathbb{N}_{10}$ la cui immagine $\text{Im}(f)$ ha esattamente tre elementi?