

Analisi I - IngBM - 2018-19

Compito 8/6/2019

COMPITO B

COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA ..... VALUTAZIONE ..... + ..... = .....

1. ISTRUZIONI

*Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo; solo questo sarà ritirato e valutato. I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di  $0 \leq x \leq 10$  punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che  $x \geq 6$ . In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di  $0 \leq y \leq 24$  punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se  $x + y \geq 18$ . In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà  $v = \min(28, x + y)$ .*

**Attenzione.** Tutte le risposte devono essere giustificate.

2. PRIMA PARTE

**Esercizio 0 (punti 0).** Leggere e capire le istruzioni.

**Esercizio 1. (3 punti)** Sia  $\{a_n\}$  una successione monotona tale che  $\lim_{k \rightarrow \infty} a_{2k} \neq \pm\infty$   
Studiare il comportamento (convergente, divergente o irregolare) della successione  $\{a_n\}$

SOLUZIONE.

**Esercizio 2. (3 punti)**

Sia  $a$  un numero reale positivo. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$a_0 = a \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$$

Provare (per induzione) che se  $a$  non è un numero razionale allora nessuno degli  $a_n$  lo è.

SOLUZIONE.

**Esercizio 3. (4 punti)**

Dire quante radici complesse del polinomio  $z^4 + 2z^2 + 2$  sono nel secondo quadrante e quante nel quarto.

SOLUZIONE.

Il numero delle radici nel secondo quadrante è  
nel quarto è

perché

## 3. SECONDA PARTE

**Esercizio 1. (8 punti)**

Si consideri la funzione  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = e^{|\cos x|}$ . Determinare (se esistono):

- (1) L'insieme dei punti  $C$  di  $\mathbf{R}$  dove la funzione  $f$  è continua.
- (2) L'insieme dei punti  $D$  di  $\mathbf{R}$  dove la funzione  $f$  è derivabile.
- (3) I punti di minimo e massimo locale della funzione  $f$ .
- (4) I punti di minimo e massimo assoluto della funzione  $f$ .
- (5) Gli asintoti del grafico della funzione  $f$ .

SOLUZIONE.

•  $C =$

•  $D =$

• I punti di minimo locale sono

• I punti di massimo locale sono

• I punti di minimo assoluto sono

• I punti di massimo assoluto sono

• Gli asintoti della funzione sono

•

**Esercizio 2. (8 punti)** Sia  $f$  una funzione derivabile da  $\mathbf{R}$  a  $\mathbf{R}$  periodica.

- Provare che  $f$  è limitata
- Provare che  $f'$  si annulla
- Dire se  $f'$  è periodica.

SOLUZIONE.

**Esercizio 3. (8 punti)**

Si trovi la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + y = \sin x$$

tale che  $y(0) = 0$

SOLUZIONE.