

CORSO: **Analisi Matematica II**

ANNO ACCADEMICO: **2025-26**

DOCENTI: **Giovanni Alberti, Alessandra Pluda**

CODICE ESAME: **190AA**

NUMERO DI CREDITI: **6**

NUMERO DI ORE: **60**

CORSO DI STUDIO: **Ingegneria Meccanica triennale (IMC-L)**

Obiettivi formativi. Al termine del corso lo studente deve conoscere e saper utilizzare gli strumenti dell'analisi in più variabili. In particolare: calcolo differenziale in più variabili (inclusi i problemi di ottimizzazione), integrali multipli, integrali su curve e superfici. Il corso privilegia lo sviluppo di competenze "pratiche" (saper impostare e risolvere problemi) sopra quelle "teoriche"; di conseguenza lo sviluppo degli aspetti teorici del programma è ridotto all'essenziale.

Programma del corso [versione: 2 settembre 2025].

Gli argomenti non fondamentali sono riportati in corsivo.

1. LEGGI ORARIE, TRAIETTORIE, CURVE.
 - Legge oraria di un punto in movimento (nel piano e nello spazio): velocità e accelerazione. Curve come traiettorie di punti in movimento: parametrizzazione per lunghezza d'arco, vettore normale e curvatura.
 - Lunghezza di una curva. Integrale di una funzione lungo una curva. Integrazione di un campo di vettori lungo una curva (lavoro di una forza).
2. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI (SCALARI) IN PIÙ VARIABILI
 - Limiti e continuità per funzioni di più variabili. Grafici di funzioni di due variabili; curve di livello dei grafici.
 - Derivate parziali e derivate direzionali, vettore delle derivate parziali (gradiente), matrice delle derivate parziali seconde (matrice Hessiana).
 - Funzioni differenziabili. Interpretazione delle differenziabilità in termini di sviluppo di Taylor al primo ordine. Interpretazione geometrica: equazione del piano tangente al grafico; versore normale alle curve di livello.
 - Sviluppo di Taylor al primo e secondo ordine. *Sviluppo di Taylor di ordine qualunque.*
3. MASSIMO E MINIMO DI UNA FUNZIONE IN PIÙ VARIABILI.
 - Definizione di punto critico di una funzione; studio dei punti critici tramite la segnatura della matrice Hessiana.
 - Punti critici vincolati e metodo dei moltiplicatori di Lagrange.
 - Esistenza dei punti di massimo e minimo assoluto di una funzione continua (Teorema di Weierstrass). Determinazione dei punti di massimo e minimo assoluto su un dominio regolare.
4. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI A VALORI VETTORIALI
 - Funzioni vettoriali e campi di vettori.
 - Matrice delle derivate parziali di una funzione a valori vettoriali (gradiente). Gradiente della composizione di due funzioni.
 - Alcuni operatori differenziali significativi: divergenza, rotore e laplaciano. Esempi dalla fisica.
 - *Cambi di variabile significativi: coordinate polari nel piano, coordinate sferiche e coordinate cilindriche nello spazio. Calcolo di gradiente, divergenza e laplaciano per funzioni espresse in coordinate polari/sferiche/ecc.*
5. INTEGRALI DI FUNZIONI IN PIÙ VARIABILI (INTEGRALI MULTIPLI).
 - Definizione dell'integrale di una funzione di due variabili in termini di volume. Approssimazione dell'integrale con somme finite. Integrali di funzioni in più di due variabili. Applicazioni: volume e baricentro di figure solide. *Altri significati dell'integrale.*
 - Teorema di Fubini e calcolo degli integrali multipli. Formula di cambio di variabile per gli integrali multipli. *Teorema di derivazione sotto il segno di integrale.*

- Teorema di Gauss-Green.

6. CAMPI CONSERVATIVI E POTENZIALI

- Definizione di campo di vettori conservativo e di potenziale. Lavoro di un campo conservativo.
- Campi di vettori irrotazionali; un campo di vettori ammette *localmente* è conservativo se e solo se è irrotazionale; calcolo del potenziale di un campo irrotazionale. Esempi di campi di vettori irrotazionali che non sono *globalmente* conservativi.

7. SUPERFICI NELLO SPAZIO

- Superfici nello spazio definite tramite parametrizzazione e superfici definite tramite equazione. Piano tangente e vettore normale.
- Calcolo dell'area di una superficie; integrale di una funzione su una superficie.
- Flusso di un campo di vettori attraverso una superficie; teorema della divergenza; teorema di Stokes.

Prerequisiti. Una solida conoscenza delle parti essenziali dei corsi “Analisi Matematica I” e “Geometria e Algebra Lineare”. Una buona conoscenza degli argomenti del corso “Fisica Generale I”, può facilitare la comprensione di molti argomenti, anche se non è strettamente necessaria.

Testi di riferimento. Il corso non segue esattamente alcun testo particolare e si raccomanda fortemente di frequentare le lezioni (o di procurarsi gli appunti delle lezioni).

Gli argomenti svolti nel corso sono presenti in tutti i libri di testo universitari per i corsi di Analisi 2 di Ingegneria (spesso insieme a molti altri argomenti che invece non verranno svolti in questo corso); tra i vari testi esistenti, il seguente contiene molti esercizi ed un buon compendio delle nozioni teoriche fondamentali: M. Ghisi, M. Gobbino, *Analisi Matematica 2. Schede ed Esercizi*, Editrice Esculapio, Bologna 2017.

Comunicazioni e materiale didattico. Per tutte le comunicazioni riguardanti il corso viene utilizzato un team sulla piattaforma MS Teams dell'Università di Pisa ([link al team](#)). Il team viene anche usato per mettere a disposizione il materiale didattico del corso, i testi e gli scritti d'esame, e per eventuali ricevimenti online.

Struttura dell'esame. L'esame è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta è a sua volta suddivisa in due parti: la prima consiste di 8 domande elementari a cui rispondere senza dare giustificazioni (tempo a disposizione: 1 ora), mentre la seconda consiste di 4 esercizi a cui dare soluzioni articolate e motivate (tempo a disposizione: 2 ore)

Per la sufficienza nella prima parte sono richieste almeno cinque risposte corrette. Per la piena sufficienza nella seconda parte è richiesto lo svolgimento completo di almeno due esercizi. Per l'ammissione alla seconda parte è necessaria la sufficienza nella prima.

Durante lo scritto non è consentito l'uso di libri di testo, appunti o calcolatrici grafiche.

L'orale ha lo scopo di verificare la conoscenza della parte teorica del corso e la capacità di risolvere esercizi, qualora questa non sia stata sufficientemente dimostrata nella prova scritta. In linea di massima il voto dell'orale differisce da quello dello scritto di pochi punti (sia in positivo che in negativo).

Per l'ammissione all'orale è richiesto un voto superiore a 16 nella prima parte dello scritto. L'orale va sostenuto nello stesso appello dello scritto.

Chi ha ottenuto un voto maggiore o uguale a 20 nello scritto può non fare l'orale e registrare direttamente il voto dello scritto.¹ Tuttavia devono necessariamente fare l'orale tutti gli studenti che hanno partecipato allo scritto tre o più volte.²

Appelli. In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame così distribuiti: 3 tra gennaio e febbraio, 3 tra giugno e luglio, 1 a settembre.

Gli studenti interessati a sostenere l'esame in un dato appello sono tenuti ad iscriversi alla corrispondente prova scritta sul portale esami ([link](#)). Per l'orale non è necessaria alcuna iscrizione.

¹ Questa decisione va comunicata al docente titolare per posta elettronica.

² Si intende che uno studente ha partecipato ad uno scritto se ha consegnato la prima parte. L'orale obbligatorio per chi ha partecipato ad almeno tre scritti serve a scoraggiare il seguente comportamento: tentare ripetutamente gli scritti senza essere adeguatamente preparati.