

# Foglio di esercizi 9

Discussione soluzioni: 28.05.2024

1. Calcolare approssimativamente gli integrali seguenti utilizzando il metodo Monte Carlo.

$$\begin{aligned} (a) \quad & \int_1^6 x^4 + 5x^2 + 3 \, dx \\ (b) \quad & \int_1^4 \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} \, dx \\ (c) \quad & \int_1^4 \frac{\tan^5(\log(x))}{x} \, dx \\ (d) \quad & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \frac{\sin(7+e^x)}{(2+\log(x^2+1))} \, dx \end{aligned}$$

Oltre al risultato, ai comandi R utilizzati (che possono anche essere scritti a mano) si richiede di dire qualche parola di spiegazione sul metodo.

Suggerimento: si possono usare le funzioni `log`, `sin`, `tan`, `exp`.

2. La forza di compressione di un carto tipo di cemento è modellizzata come una variabile aleatoria Gaussiana con valore atteso  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ . L'unità di misura è il psi (pound per square inch). Si assume che la varianza  $\sigma^2$  è conosciuta e vale 1000 psi. Una media empirica di 3250 psi è stata osservata da un campione di 12 misurazioni.

- Si calcoli l'intervallo di confidenza bilaterale e monolaterale al 95% per  $\mu$
- Si calcoli l'intervallo di confidenza bilaterale e monolaterale al 99% per  $\mu$ . Si confronti questo risultato con quello del punto precedente.
- Che livello di confidenza avrebbe un intervallo di ampiezza totale 30 psi ( $\mu \pm 30$  psi)
- Quale è la minor ampiezza del campione necessaria (il numero di elementi nel campione) perché l'intervallo di confidenza bilaterale al 95% sia minore uguale a  $\pm 15$  psi.

3. Uno studio sulla velocità del flusso sanguineo nelle coronarie risulta nelle seguenti osservazioni in 18 pazienti:

$$75, 77, 78, 77, 77, 72, 72, 70, 71, 69, 69, 68, 66, 64, 66, 62, 61$$

Questi valori sono modellizzati come una variabile aleatoria normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , dove  $\mu$  è sconosciuta e  $\sigma^2 = 26$ .

- Calcolare la media empirica del campione.
- Trovare gli intervalli di confidenza bilaterali e monolaterali per  $\mu$  al livello 0.95, 0.98, and 0.99.
- Quale è la minor ampiezza del campione necessaria (il numero di elementi nel campione) perché l'intervallo di confidenza bilaterale al 95% per  $\mu$  sia minore uguale a 0.5?