

## Foglio di esercizi 2

Discussione soluzioni: 26.03.2024

1. Tre eventi  $A, B, C$  sono tali che  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ ,  $P(A \cap C) = P(B \cap C) = 0$ ,  $P(A \cup B \cup C) = 1$ ,  $P(A) = P(B) = 0.3$ . Calcolare  $P(C)$ .
2. Principio di inclusione-esclusione per 3 eventi. Si dia una dimostrazione, con l'aiuto di diagrammi di Venn, dell'identità seguente:  $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
3. Consideriamo un esperimento aleatorio che consiste nel lanciare tre volte un dado.
  - (a) Determinare uno spazio di probabilità che rappresenta l'esperimento.
  - (b) Calcolare la probabilità che la somma dei tre punteggi ottenuti sia 5.
  - (c) È più probabile che la somma dei tre punteggi ottenuti sia uguale a 6 o che sia minore o uguale a 5?
  - (d) È più probabile che i tre lanci successivi diano una terna di punteggi strettamente crescenti o che la somma dei tre punteggi sia strettamente minore di 7?
4. Due carte sono pescate a caso da un mazzo standard di 52 carte senza reinserimento. Sappiamo che almeno una delle carte è un asso. Calcolare la probabilità che entrambe le carte siano assi.
5. In un certo anno, la frequenza della malattia di Lyme è di circa 8 casi per 100000 persone. Esiste un test del sangue piuttosto accurato per questa malattia. Circa il 10% delle volte una persona che ha la malattia riceverà un risultato negativo (falso negativo) mentre il 3% delle volte una persona sana riceverà un risultato positivo (falso positivo). Si risponda alle seguenti domande ad una precisione di almeno 4 cifre decimali.
  - (a) Una persona è scelta a caso sulla popolazione ed è testata. Calcolare la probabilità che ottenga un risultato positivo?
  - (b) Calcolare la probabilità che una persona scelta a caso sulla popolazione abbia la malattia di Lyme e ottenga un risultato negativo (quindi che sia malata e il risultato sia negativo).
  - (c) Dato che un test ritorna positivo, calcolare la probabilità che una persona scelta a caso sulla popolazione abbia la malattia di Lyme
  - (d) Un paziente va dal medico dopo aver notato un morso di zecca circa 3 giorni addietro, e la pelle risulta arrossata intorno al morso. Si lamenta di stanchezza cronica e di mal di testa (tutti tipici sintomi di contagio di malattia di Lyme). Prima di effettuare il test, il dottore stima, sulla base di questi sintomi, che ci sia il 90% di probabilità che il paziente sia infetto. Il test ritorna negativo. Data questa informazione, si aggiorni la probabilità che la persona abbia la malattia di Lyme (cioè che il test fosse un falso negativo).