Statistica I - Ingegneria Gestionale (2019/20) - II Appello luglio 2020

Problema 1. *Siano* A, B *due eventi. Si calcolino* $\mathbb{P}(A)$ *e* $\mathbb{P}(B|A)$ *sapendo che* $\mathbb{P}(B) = \frac{3}{10}$, $\mathbb{P}(A|B) = \frac{9}{10}$ *e* $\mathbb{P}(A|B^c) = \frac{1}{10}$.

Problema 2. *Si calcoli approssimativamente l'integrale*

$$\int_{-5}^{2} \frac{\log(2+\sin(x))}{1+e^x}\,\mathrm{d}x,$$

*implementando in R il metodo di Monte Carlo**. *Si indichi inoltre il comando R per disegnare il grafico della funzione integranda nell'intervallo di integrazione e si mostri il grafico prodotto esportandone l'immagine in pdf.*

* *Oltre al risultato, ai comandi R utilizzati (che possono anche essere scritti a mano) si richiede di dire qualche parola di spiegazione sul metodo.*

Problema 3. *Sia* $\overline{X}_n$ *la media empirica di* n *copie indipendenti di una variabile* X *di Poisson di parametro* $\lambda = 10$ *e sia* Z_n *la variabile ottenuta standardizzando* $\overline{X}_n$. *Si disegni a mano il grafico della densità di* Z_n *per* n *molto grande. Si calcoli inoltre approssimativamente usando R la probabilità che* Z_n *sia maggiore di* 2 *(sempre assumendo che* n *sia molto grande).*

Problema 4. *Si consideri una popolazione di legge Unif*$(-\theta, 4\theta)$ *e si proponga per* θ *uno stimatore puntuale* $\hat{\theta}$ *basato su un campione casuale* $X_1, \ldots, X_{2000}$.
Cliccando qui si trova una lista numerata di 200 *file csv, ciascuno contenente un campione di* 2000 *dati. Usando R (specificando il comando) si scelga uno file a caso e si dia una stima per* θ *usando* $\hat{\theta}$ *e i dati del file prescelto.*

Problema 5. *Siano* X, Y *due variabili aleatorie indipendenti entrambe distribuite secondo una legge binomiale di parametri* $n = 1$ *e* $p = \frac{1}{3}$. *Consideriamo le variabili aleatorie* $Z = XY$ *e* $U = X - Y$.

(i) Si calcoli la funzione di massa di Z. *Che valore atteso e che varianza ha* Z?

(ii) Qual è la probabilità che $Z \leq X$?

(iii) *Quale variabile aleatoria si ottiene standardizzando* U*?*

(iv) *Si calcoli la funzione di massa di* U.

(v) *Si calcoli la funzione di massa congiunta della coppia* (Z, U). *Le variabili* Z, U *sono indipendenti? Sono scorrelate?*

Problema 6. *Per combattere un'influenza viene introdotto un nuovo tipo di vaccino obbligatorio per tutti. Su* 340 *individui estratti a caso dopo un anno, si scopre che* 293 *non hanno contratto l'influenza, mentre i restanti* 47 *hanno contratto l'influenza nonostante la vaccinazione. Si determini un valore* a_0 *tale che con confidenza del* 95% *si possa affermare che, rispetto a tutta la popolazione vaccinata, la proporzione di individui non colpiti dall'influenza sia almeno* a_0.