

Statistica I (161AA)- Ingegneria Gestionale (2021/22) - Appello straordinario
11/01/2022

La durata della prova è di 120 minuti. Fornire risposte dettagliate.

Problema 1

Si effettua il seguente esperimento: due scatole all'apparenza identiche contengono una 2 palline, di cui una rossa (R) e una blu (B), e l'altra 3 palline, di cui 2 rosse e 1 blu. Si sceglie a caso una scatola e si effettuano ripetutamente estrazioni da essa, rimettendo all'interno ogni volta la pallina estratta.

1. Calcolare la probabilità di osservare, nelle prime 6 estrazioni, la sequenza ordinata di colori $RBRBRB$.
2. Si supponga di aver osservato nelle prime 6 estrazioni sequenza ordinata di colori $RBRBRB$. Calcolare la probabilità di aver scelto la scatola contenente 3 palline.

Problema 2

Siano X, Y, Z variabili aleatorie discrete a valori in $\{0, 1\}$ e indipendenti. Si supponga che

$$\mathbb{P}(X = 0) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(X + Y = 0) = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad P(X + Y + Z = 0) = \frac{1}{12}.$$

1. Calcolare valor medio e deviazione standard di $X + Y + Z$.
2. Sia S la somma di 81 copie indipendenti di $X + Y + Z$. Usando il teorema limite centrale approssimare la probabilità

$$\mathbb{P}(S \leq 127),$$

(scrivere l'integrale approssimante, un opportuno comando R per calcolarlo e il risultato numerico ottenuto).

Problema 3

Un sondaggio riguardante la distanza del proprio domicilio dal luogo di lavoro ha ottenuto le seguenti risposte (in Km) tra i 5 dipendenti di una start-up:

12 16 18 29 18

1. Assumendo che siano un campione di variabili gaussiane $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$,
 1. supponendo σ^2 non nota, determinare un intervallo di confidenza di livello 95% per la distanza media;
 2. assumendo $\sigma = 6$, decidere se rigettare l'ipotesi nulla $H_0 : \mu = 22$ al livello 5%.

Problema 4

Sia $\theta > 0$ un parametro e sia X una variabile aleatoria con funzione di densità data da

$$f(x) = \begin{cases} x \exp(-x\theta) \theta^2 & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Supponendo di osservare $n = 100$ copie indipendenti di X ,

1. scrivere uno stimatore $\hat{\theta}$ usando il metodo dei momenti;
2. determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per θ .

[Cliccando qui](#) si trova un file .csv contenente un campione di 100 dati estratti secondo la legge con densità f . Stimare θ usando $\hat{\theta}$ dei punti precedenti e i dati del file.

Problema 5

Calcolare approssimativamente l'integrale

$$\int_0^{\infty} \sin(x)e^{-x} dx$$

implementando in R il metodo di Monte Carlo (oltre al risultato indicare i comandi R utilizzati e qualche parola di spiegazione sul metodo).