

**Statistica I (161AA)- Ingegneria Gestionale (2021/22) - Appello straordinario**  
**11/01/2022**

*La durata della prova è di 120 minuti. Fornire risposte dettagliate.*

**Problema 1**

Si effettua il seguente esperimento: due scatole all'apparenza identiche contengono una 2 palline, di cui una rossa ( $R$ ) e una blu ( $B$ ), e l'altra 3 palline, di cui 2 rosse e 1 blu. Si sceglie a caso una scatola e si effettuano ripetutamente estrazioni da essa, rimettendo all'interno ogni volta la pallina estratta.

1. Calcolare la probabilità di osservare, nelle prime 6 estrazioni, la sequenza ordinata di colori  $RBRBRB$ .
2. Si supponga di aver osservato nelle prime 6 estrazioni sequenza ordinata di colori  $RBRBRB$ . Calcolare la probabilità di aver scelto la scatola contenente 3 palline.

**Problema 2**

Siano  $X, Y, Z$  variabili aleatorie discrete a valori in  $\{0, 1\}$  e indipendenti. Si supponga che

$$\mathbb{P}(X = 0) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(X + Y = 0) = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad \mathbb{P}(X + Y + Z = 0) = \frac{1}{12}.$$

1. Calcolare valor medio e deviazione standard di  $X + Y + Z$ .
2. Sia  $S$  la somma di 81 copie indipendenti di  $X + Y + Z$ . Usando il teorema limite centrale approssimare la probabilità

$$\mathbb{P}(S \leq 127),$$

*(scrivere l'integrale approssimante, unopportuno comando R per calcolarlo e il risultato numerico ottenuto).*

**Problema 3**

Un sondaggio riguardante la distanza del proprio domicilio dal luogo di lavoro ha ottenuto le seguenti risposte (in  $Km$ ) tra i 5 dipendenti di una start-up:

12   16   18   29   18

- . Assumendo che siano un campione di variabili gaussiane  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ ,
1. supponendo  $\sigma^2$  non nota, determinare un intervallo di confidenza di livello 95% per la distanza media;
  2. assumendo  $\sigma = 6$ , decidere se rigettare l'ipotesi nulla  $H_0 : \mu = 22$  al livello 5%.

**Problema 4**

Sia  $\theta > 0$  un parametro e sia  $X$  una variabile aleatoria con funzione di densità data da

$$f(x) = \begin{cases} x \exp(-x\theta) \theta^2 & \text{se } x \geq 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Supponendo di osservare  $n = 100$  copie indipendenti di  $X$ ,

1. scrivere uno stimatore  $\hat{\theta}$  usando il metodo dei momenti;
2. determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $\theta$ .

[Cliccando qui](#) si trova un file .csv contenente un campione di 100 dati estratti secondo la legge con densità  $f$ . Stimare  $\theta$  usando  $\hat{\theta}$  dei punti precedenti e i dati del file.

**Problema 5**

Calcolare approssimativamente l'integrale

$$\int_0^{\infty} \sin(x)e^{-x} dx$$

implementando in R il metodo di Monte Carlo (oltre al risultato indicare i comandi R utilizzati e qualche parola di spiegazione sul metodo).