

GEOMETRIA 2
Compito del 15 Luglio 2016

Esercizio 1.

Siano $\mathbb{R}_1^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, $\mathbb{R}_2^+ = \{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$ due copie della semiretta reale positiva dotate della topologia euclidea. Sullo spazio $\mathbb{R}_1^+ \cup \mathbb{R}_2^+$ si consideri la relazione d'equivalenza definita da $a\mathcal{R}b$ se e solo se $a = b$ oppure a, b appartengono a semirette diverse, $a, b \in (0, 1)$ e $a = 1 - b$. Sia $X = \frac{\mathbb{R}_1^+ \cup \mathbb{R}_2^+}{\mathcal{R}}$ lo spazio quoziente dotato della topologia quoziente.

- (1) Si chiede se X sia compatto, connesso, di Hausdorff.
- (2) Si chiede se X sia omeomorfo ad un sottospazio di \mathbb{R}^n . Se no spiegare perché, se si dare, se possibile, un omeomorfismo esplicito.

Esercizio 2.

Si consideri lo spazio topologico $X = (\mathbb{R}^3 \setminus \{x = y = 0\} \cup \{x = z = 0\})$. Calcolare il gruppo fondamentale di X .

Esercizio 3.

Si calcoli il numero di zeri del polinomio $p(x) = z^4 + 3z + 1$ in $\{z = x + iy \in \mathbb{C} \mid x < 0, y < 0, |z| > 2\}$