Geometria 2 - Matematica - 2014-15
COMPITO – 11 Settembre 2015 –

Esercizio 1 Sia f una funzione olomorfa sull'aperto $\{z \in \mathbf{C} | \ 0 < |z| < 1\}$. Supponiamo che f si estenda continua sulla circonferenza $|z| = 1$ e che assuma ivi valori reali.

(1) Dimostrare che f ha una estensione g olomorfa su $\mathbf{C} \setminus \{0\}$.
(2) Provare che g ha all'infinito la stessa singolaritá che f ha in 0.
(3) Provare che se 0 é una singolaritá eliminabile per f allora g é costante.

Esercizio 2 Si consideri nello spazio proiettivo reale di dimensione 3 lo spazio X unione della quadrica di equazione $x_0^2 + x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 0$ e della retta $x_1 = x_2 = 0$.
Calcolare il gruppo fondamentale di X.

Esercizio 3 Uno spazio topologico X lo diciamo *connesso per pezzi* se per ogni coppia di punti $x, y \in X$ esiste un sottoinsieme connesso di X che li contiene.
Si considerino le tre proprietá:

(1) essere connesso;
(2) essere connesso per pezzi;
(3) essere connesso per archi.

Descrivere tutte le implicazioni tra queste tre proprietá.