Geometria 2 2013-14
18 Luglio 2014

Esercizio n.ro 1. Classificare a meno di omeomorfismi le quadriche $Q \subset P^3(\mathbf{R})$ per cui esista un iperpiano H in $P^3(\mathbf{R})$ tale che $H \cap Q = \emptyset$.

Esercizio n.ro 2. Sia X un sottoinsieme di $\mathbf{R}^n$. Provare che X è compatto se e solo se ogni funzione continua $X \to \mathbf{R}$ è limitata.
Provare che X è connesso se e solo se ogni funzione continua $X \to S^0$ è costante.

Esercizio n.ro 3. Sia X lo spazio topologico quoziente di $\mathbf{C}$ con la seguente relazione di equivalenza.

$$z_1 \rho z_2 \iff \begin{cases} z_1 = z_2 & \text{oppure} \\ f(z_1) = f(z_2) = 0 \end{cases}$$

dove f è la funzione $\mathbf{C} \to \mathbf{C} : f(z) = z - |z|$.
Si chiede se X è compatto, connesso, Hausdorff.
Si chiede inoltre se X verifica il primo assioma di numerabilità.

Esercizio n.ro 4. Sia $p(z) \in \mathbf{C}[z]$ un polinomio di grado $n > 1$ con tutte le radici distinte. Dimostrare che esiste un intorno aperto U di 0 tale che $p : p^{-1}(U) \to U$ è un rivestimento.
Determinare il più grande aperto $V \subset \mathbf{C}$ tale che $p : p^{-1}(V) \to V$ sia un rivestimento.

Esercizio n.ro 5. Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione $z^4 + z^3 + 1 = 0$ contenute nel quadrante $x > 0, y > 0$.

Gli studenti che sostengono l'esame di **Geometria Proiettiva** debbono fare gli esercizi 1,2,3 e hanno a disposizione 2 ore.

Gli studenti che sostengono l'esame di **Topologia e Analisi Complessa** debbono fare gli esercizi 4 e 5 e hanno a disposizione 2 ore.