Analisi Matematica II - Corso di Laurea in Ingegneria Edile
Programma dettagliato del corso 2009-10
Prof. Alberto Abbondandolo

Sono in **grassetto** gli argomenti più importanti ed i teoremi di cui occorre conoscere la dimostrazione.

SERIE DI POTENZE. **La serie geometrica e sue varianti; la serie esponenziale sul campo complesso e relazione con lo sviluppo in serie di seno e coseno. Teorema: ogni serie di potenze converge assolutamente all'interno di un disco di raggio r (eventualmente 0 o infinito) e non converge all'esterno. Esempi sul comportamento sul bordo del disco di convergenza.** Teorema: una serie di potenze e' derivabile infinite volte all'interno del suo intervallo di convergenza e le derivate si calcolano derivando termine a termine. **Esempi di sviluppi in serie dedotti derivando la serie geometrica.** L'integrale di una serie di potenze su un intervallo ben contenuto nell'intervallo di convergenza si calcola integrando termine a termine.

SERIE DI FOURIER. **Polinomi trigonometrici espressi mediante esponenziali complessi e mediante seni e coseni: relazione tra i relativi coefficienti. Coefficienti di Fourier di una funzione 2π-periodica. Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico che meglio approssima in media quadratica una funzione 2π-periodica assegnata.** Teoremi sulla convergenza delle serie di Fourier: se $|f|^2$ ha integrale finito su $[-\pi, \pi]$, si ha convergenza in media quadratica; se f è regolare a tratti, si ha convergenza ad f in ogni punto di continuità di f e convergenza alla media tra il limite destro e sinistro nei punti di discontinuità.

CALCOLO DIFFERENZIALE IN PIÙ VARIABILI. **Struttura del piano $\mathbb{R}^2$ come spazio vettoriale con prodotto scalare. La norma di un vettore. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Proprieta' della norma.** La palla aperta. Punti interni, esterni, di frontiera e di accumulazione. Insiemi aperti, chiusi, aperti connessi, domini. **Definizione di limite per funzioni di due variabili. Funzioni continue.** Enunciato dei principali teoremi sulle funzioni continue: teorema di Weierstrass, teorema di Cantor-Bernstein, teorema dei valori intermedi. **Derivate parziali. Derivate parziali successive. Teorema di Schwarz sull'inversione dell'ordine di derivazione. Differenziabilità di una funzione di 2 variabili. Il differenziale e sua scrittura mediante le derivate parziali. Significato geometrico in termini del piano tangente al grafico. Teorema del differenziale totale: se $f(x, y)$ possiede derivate parziali rispetto a x e rispetto a y e queste sono continue in un punto (x_0, y_0), allora f è differenziabile nel punto (x_0, y_0). Derivazione della funzione composta $f(x(t), y(t))$. Derivate direzionali. Vettore gradiente: il gradiente punta nella direzione in cui la derivata direzionale è massima.** Esempio di funzione con derivate seconde miste diverse. **Equazione del piano tangente al grafico di una funzione differenziabile.** Laplaciano ed esempi di funzioni armoniche. **Se una funzione ha le derivate pariziali nulle su un aperto connesso allora è costante. Formula di Taylor con resto di Lagrange (al secondo ordine). Generalità su forme quadratiche: matrice simmetrica associata, suoi autovalori e autovettori. Formula di Taylor con resto di Peano (al secondo ordine). Massimi e minimi locali. Condizione necessaria: in un punto di massimo o minimo locale interno le derivate parziali prime, se definite, si annullano. Condizioni sufficienti basate sullo studio della matrice Hessiana.** Lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$. Prodotto scalare, norma e disuguaglianza di Cauchy-Schwarz in $\mathbb{R}^n$. Come i risultati sul calcolo differenziale per funzioni su $\mathbb{R}^2$ si estendono alle funzioni su $\mathbb{R}^n$. Formula di Taylor al secondo ordine per funzioni di n variabili. Il gradiente di una funzione è ortogonale ai suoi insiemi di livello. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

CURVE ED INTEGRALI CURVILINEI. **Curve nel piano. Rappresentazione parametrica versus rappresentazione implicita come luogo di zeri di una funzione. Vettore velocità, velocità scalare, vettore accelerazione. La velocità scalare di una curva è costante se e solamente se il vettore accelerazione è ortogonale al vettore velocità. La lunghezza di una curva di classe C^1: formula integrale** e definizione equivalente come estremo superiore delle lunghezze delle spezzate che la interpolano. **La lunghezza di una curva dipende solamente dal suo sostegno e non dalla parametrizzazione.** La cicloide e la sua lunghezza. **Integrale di una funzione su una curva. La massa e il baricentro di un filo con densità assegnata.**

FORME DIFFERENZIALI. **Forme differenziali. L'integrale di una forma differenziale su una curva. Forma differenziale ω_F associata al campo vettoriale F. L'integrale di ω_F su una curva γ coincide con il lavoro di F lungo la curva γ, definito a sua volta come l'integrale della componente tangenziale di F sulla curva γ. Forme chiuse e forme esatte. L'integrale su una curva di una forma esatta. Una forma è esatta se e solamente se il campo vettoriale associato è il gradiente di una funzione (detto potenziale del campo). Ogni forma esatta è chiusa, ma in generale non vale il viceversa. Esempio di forma chiusa non esatta in $\mathbb{R}^2$ meno l'origine. Teorema: una forma differenziale è esatta se e solamente se il suo integrale su ogni curva chiusa è nullo, o equivalentemente se e solamente se il suo integrale su ogni curva dipende solamente dagli estremi di questa. Teorema: una forma differenziale chiusa su un dominio semplicemente connesso del piano e' esatta.** Forme differenziali nello spazio. Prodotto vettoriale in $\mathbb{R}^3$ e rotore di un campo vettoriale. Una forma differenziale è chiusa se e solo se il rotore del campo vettoriale associato è nullo. Come decidere se una forma differenziale è esatta e come determinarne la primitiva.

INTEGRALI MULTIPLI. **Sottoinsiemi normali del piano.** Definizione dell'integrale di una funzione continua su un insieme che sia unione di un numero finito di domini normali aventi parti interne due a due disgiunte. Formule di riduzione per integrali doppi su domini normali. **Formule di Gauss-Green nel piano.** Calcolo di volumi tagliando un dominio con famiglie di piani paralleli. **Calcolo della massa a partire dalla densità. La media integrale di una funzione definita su un intervallo, su una curva, su un dominio del piano o dello spazio. Le coordinate del baricentro di un corpo omogeneo, oppure di un corpo con densità non uniforme. Area di domini del piano mediante le formule di Gauss-Green. Area dell'ellisse e volume dell'ellissoide. Conseguenze delle formule di Gauss-Green: (1) una forma chiusa su un dominio semplicemente connesso e' esatta, (2) teorema di Stokes, (3) teorema della divergenza.** Come si trasforma l'area di un quadrato applicando una trasformazione lineare. Formula di cambiamento di variabili negli integrali multipli. **L'integrale in coordinate polari e in coordinate sferiche.**

TESTO CONSIGLIATO. Nicola Fusco, Paolo Marcellini, Carlo Sbordone, *Elementi di analisi matematica 2. Versione semplificata per i nuovi corsi di Laurea.* Liguori Editore. Con relativi eserciziari.