

ANNO ACCADEMICO 2015–16
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI
MATEMATICA
SCRITTO STRAORDINARIO
RISERVATO A STUDENTI LAVORATORI, FUORI CORSO E
GENITORI
PROFF. MARCO ABATE E MARGHERITA LELLI-CHIESA
13 dicembre 2016

Nome e cognome _____

Corso di studio _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Il negozio di scarpe sotto casa tua questa settimana ha diminuito tutti i prezzi del 20%. Invece, il negozio di scarpe nella strada parallela ha effettuato uno sconto su tutta la merce del 5% il lunedì, e di un ulteriore 15% il giovedì. Sapendo che i prezzi iniziali erano uguali, in quale negozio ti conviene andare a comprare le scarpe il venerdì?

Esercizio 2. Determina l'immagine $I \subseteq \mathbb{R}$ della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^2 + 2$.

Esercizio 3. Calcola la derivata della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{e^{3x}}{1 + e^{3x}}\right).$$

SECONDA PARTE

Esercizio 4.

- (i) Trova un esempio di una funzione crescente $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(0) = 2$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$.
- (ii) Trova un esempio di una funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile tale che la retta tangente al grafico di g nel punto $x_0 = 2$ abbia equazione $y = 12x - 13$.
- (iii) Trova un esempio di una funzione periodica $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di periodo 4, valore minimo -2 e valore massimo 3.

Esercizio 5. Un accurato studio teorico ti porta a supporre che il numero degli uccelli kiwi su un'isola della Nuova Zelanda dipenda dal tempo secondo la funzione

$$P(t) = a3^t + b,$$

dove stiamo misurando il tempo in anni. Per verificare la tua ipotesi, porti 100 kiwi in un'isola sperduta (tempo $t = 0$), e dopo tre anni (tempo $t = 3$) torni a contarli, scoprendo che sono 230.

- (i) Determina a e b in modo che la funzione P sia in accordo con questi dati.
- (ii) Quanti kiwi prevedi che ci saranno dopo altri due anni (tempo $t = 5$)?
- (iii) Sotto quali ipotesi questa funzione può descrivere realisticamente il fenomeno?

Esercizio 6. Studiando la percentuale di strade ghiacciate in città in funzione dei centimetri di neve caduti in gennaio, giungi alla conclusione che la percentuale G di strade ghiacciate dipende dai centimetri di neve x secondo la funzione

$$G(x) = 50 + 50 \frac{3x^2 - 3}{3x^2 + 4}.$$

- (i) Studia la funzione G (anche per centimetri negativi, utile ai tropici).
- (ii) Quanti centimetri di neve devono cadere perché in città sia ghiacciata esattamente la metà delle strade?