

ANNO ACCADEMICO 2015–16

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

SECONDO SCRITTO — TESTO B

PROFF. MARCO ABATE E MARGHERITA LELLI-CHIESA

12 luglio 2016

Nome e cognome _____

Corso di studio _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola la derivata della funzione:

$$f(t) = \sqrt{x} \log \sqrt{x} .$$

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale indefinito:

$$\int (x - 1) \cos 2x \, dx .$$

Esercizio 3. Scrivi un esempio di un sistema lineare di due equazioni che ammetta un piano di soluzioni.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio

- (i) di una funzione f pari, definita e continua su tutto \mathbb{R} , sempre positiva e tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ e $f(0) = 1$;
- (ii) di una funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ periodica di periodo 5 e avente come insieme immagine l'intervallo $[1, 3]$;
- (iii) di una funzione h definita su tutto \mathbb{R} e avente un punto di flesso a tangente orizzontale nel punto $(3, 2)$.

Esercizio 5.

- (a) Trova equazioni parametriche della retta r passante per i punti $A = (0, -1, 1)$ e $B = (1, 1, 2)$.
- (b) Scrivi equazioni parametriche della retta s passante per il punto $C = (1, 2, -2)$ e ortogonale al piano α di equazione cartesiana $x + 2y - 3z + 6 = 0$.
- (c) Scrivi un'equazione cartesiana del piano β passante per il punto $P = (1, -2, -1)$ e parallelo a entrambe le rette r e s .

Esercizio 6. Uno studio geofisico ha mostrato che la resistività R del terreno nel deserto dei Gobi in Asia dipende dalla profondità x misurata in chilometri secondo la legge

$$R(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} .$$

- (i) Studia la funzione R .
- (ii) Studi idrogeologici suggeriscono che una falda acquifera può essere presente dove la resistività del terreno assume il valore $R = 1$. Determina a quale profondità potrebbe trovarsi una falda acquifera sotto il deserto dei Gobi.
- (iii) Determina, motivando la risposta, se la funzione R è soluzione dell'equazione differenziale

$$x^3 R' = R^2 .$$