

MATEMATICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

SECONDO SCRITTO

8 luglio 2010

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Calcola il valore stimato e l'errore assoluto del tempo che impieghi a percorrere una distanza di 200 ± 5 km mantenendo una velocità di 40 ± 2 km/h.*

Esercizio 1.2. *Posto $f(x) = \log_2(4 \log_2 x - 1)$, determina il dominio di f e risolvi la disequazione $f(x) \geq 0$.*

Esercizio 1.3. *Calcola la derivata della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da*

$$f(x) = \int_1^x \cos(t^{t^4} - 2) dt .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Il tuo assistente ha passato un'estate alle Maldive a studiare le stelle marine locali, e ha stabilito che l'80% hanno cinque punte, mentre il 5% hanno quattro punte e il 15% hanno sei punte. Che probabilità hai raccogliendo tre stelle marine a caso di avere in totale:*

- (i) *esattamente 12 punte?*
- (ii) *esattamente 15 punte?*
- (iii) *almeno 14 punte?*
- (iv) *almeno 17 punte?*

Esercizio 2.2. *Uno studio sui coyote in una regione della California ha mostrato che il loro numero N_c dipende dal tempo t misurato in anni secondo la legge*

$$N_c(t) = 20\,000 + 5\,000 \sin\left(\frac{2\pi}{7} t\right).$$

Nella stessa regione, anche la popolazione dei cani della prateria (principale preda dei coyote) varia secondo una funzione sinusoidale di periodo pari a 7 anni, ma raggiungendo un massimo di 60 000 due anni prima di quando i coyote raggiungono il loro massimo. Inoltre, la popolazione minima dei cani della prateria è risultata essere 20 000. Trova una funzione sinusoidale che possa rappresentare il numero N_p di cani della prateria in funzione del tempo.

Esercizio 2.3. *La velocità v di una particolare reazione chimica dipende dalla temperatura ambientale T misurata in gradi Kelvin secondo la formula*

$$v(T) = \frac{2T}{3 + 0.2/T}.$$

- (i) *Studia la funzione v (anche per temperature negative).*
- (ii) *Calcola la derivata di v rispetto al tempo (non rispetto alla temperatura!) quando $T = 200^\circ\text{K}$ e la temperatura sta aumentando a un tasso di 1°K al secondo.*