

MATEMATICA — CORSO B  
PROF. MARCO ABATE

PRIMO SCRITTO

1 giugno 2010

Nome e cognome

Matricola

**ATTENZIONE:** il testo del compito è su due pagine.

*ISTRUZIONI:* Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

**Esercizio 1.1.** *Due commercianti all'inizio del mese vendono lo stesso prodotto allo stesso prezzo. Dopo una settimana, il primo commerciante ribassa il prezzo del 15%, mentre il secondo lo ribassa del 10%. Dopo un'altra settimana il primo abbassa ulteriormente il prezzo del 5%, mentre il secondo lo ribassa ulteriormente del 10%. Da quale commerciante conviene comprare quel prodotto alla terza settimana?*

**Esercizio 1.2.** *Calcola il seguente integrale definito:*

$$\int_0^1 (te^{2t} + 3t^2) dt .$$

**Esercizio 1.3.** *Determina (giustificando le risposte) se le seguenti affermazioni sono vere o false:*

- (i) *Se la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile in ogni punto ed esiste  $x_0$  tale che  $f'(x_0) = 0$  allora  $f$  non può essere crescente.*
- (ii) *Se la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile due volte in ogni punto ed esiste  $x_0$  tale che  $f'(x_0) = 0$  e  $f''(x_0) > 0$ , allora  $f$  non può essere crescente.*

## 2. PARTE II

**Esercizio 2.1.** Sei amici (tra i quali Piero e Maria) si ritrovano per cenare insieme.

- (i) In quanti modi diversi possono sedersi su 6 sedie disposte intorno ad una tavola rotonda?
- (ii) Sedendosi a caso quale è la probabilità che Piero e Maria si ritrovino seduti accanto?
- (iii) Rispondi alle due domande precedenti supponendo ora che intorno alla tavola ci siano 7 sedie e che una venga lasciata libera per Ubaldo, che potrebbe forse unirsi a loro nel corso della serata.

**Esercizio 2.2.** Un terreno di 1200 are viene coltivato (non necessariamente per intero) in parte a girasole e in parte ad arachidi, in modo tale che i girasole coprano almeno il 30%, e le arachidi almeno il 20% del totale coltivato. Ogni ara di terreno produce 5.5 t di semi di girasole e 6.5 t di nocchie di arachide rispettivamente. Da ogni Kg di semi di girasole si estraggono 20 g di olio, mentre da ogni Kg di nocchie si estraggono 25 g di olio di arachide. Qual è il massimo quantitativo di olio di semi vari che quel terreno riesce a produrre?

**Esercizio 2.3.** (i) Determina per quali valori dei parametri reali positivi  $a, b, c > 0$  la seguente funzione  $F = F_{a,b,c}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  può essere la funzione di distribuzione di una variabile aleatoria continua  $X = X_{a,b,c}$ :

$$F(t) = \begin{cases} ae^{at} & \text{per } t \leq 0; \\ c + bt & \text{per } 0 < t \leq 1; \\ 1 & \text{per } t > 1. \end{cases}$$

- (ii) Per ciascuna terna di valori ammissibili  $a, b, c > 0$  calcola (in funzione di  $a, b$  e  $c$ ) la media e la varianza della variabile aleatoria  $X_{a,b,c}$ .