

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

QUINTO SCRITTO A.A. 2007/08

8 gennaio 2009

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché lo scritto sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero scritto è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Il prezzo dello zampone nel 2007 era di 15 euro a confezione. Sapendo che il prezzo è aumentato del 20% nel 2008 e che, per effetto della crisi finanziaria, diminuirà del 30% nel 2009, sai dire quanto costerà una confezione alla fine del 2009?*

Esercizio 1.2. *Per Natale ricevi in regalo un cesto contenente 2 cotechini, 2 torroni e 2 panettoni. Per fare un regalo alla nonna scegli a caso 2 oggetti dal cesto. Qual è la probabilità che la nonna riceva un cotechino e un panettone?*

Esercizio 1.3. *Calcola la derivata della funzione*

$$f(x) = \log(7e^x) .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Il colore dei fiori di una varietà di stella di Natale è determinato geneticamente da un gene con tre alleli: l'allele "R" rosso, l'allele "r" rosa, e l'allele "a" arancione. L'allele "R" è dominante sugli altri due, mentre il genotipo "ra" produce un fiore rosso con striature arancioni. Supponendo che la popolazione di stelle di Natale soddisfi le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sapendo che il 51% dei fiori sono rossi, il 25% rosa e il 4% arancioni, calcola

- (1) le probabilità di tutti i genotipi e dei singoli alleli,
- (2) la probabilità che una stella di Natale abbia i fiori rosa, sapendo che entrambi i genitori hanno i fiori rossi.

Esercizio 2.2. Conversando col parroco vieni a sapere che il numero di pecorelle nel presepe natalizio della tua parrocchia è costantemente aumentato negli anni, come riportato nella tabella sottostante.

- (1) Supponendo che tale numero sia cresciuto linearmente in funzione del tempo, calcola la retta di regressione che meglio approssima i dati.
- (2) L'approssimazione è buona?
- (3) Per quale intervallo di tempo ti aspetti che la funzione possa descrivere il fenomeno?

| Dati | x (anno) | y (numero di pecore) | x^2 | xy | y^2 |
|--------------|------------|------------------------|------------------|-----------------|------------------|
| | 1980 | 25 | $392 \cdot 10^4$ | $5 \cdot 10^4$ | $6 \cdot 10^2$ |
| | 1990 | 55 | $396 \cdot 10^4$ | $11 \cdot 10^4$ | $30 \cdot 10^2$ |
| | 2000 | 100 | $400 \cdot 10^4$ | $20 \cdot 10^4$ | $100 \cdot 10^2$ |
| <i>Medie</i> | 1990 | 60 | $396 \cdot 10^4$ | $12 \cdot 10^4$ | $45 \cdot 10^2$ |

Esercizio 2.3. Dopo una vacanza-studio nei paesi scandinavi, il tuo assistente arriva alla conclusione che la lunghezza L delle corna di una renna, misurata in metri, è descritta dalla funzione

$$L(t) = \frac{4 - e^{2t}}{1 - e^{2t}},$$

dove t rappresenta l'età della renna misurata in anni.

- (1) Studia la funzione $L(t)$, anche per tempi negativi.
- (2) Cosa puoi concludere circa la lunghezza delle corna di una renna molto giovane e di una molto vecchia?