

ANNO ACCADEMICO 2013–14

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

SECONDO COMPITINO — TESTO B

PROFF. MARCO ABATE E ROSETTA ZAN

15 aprile 2014

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

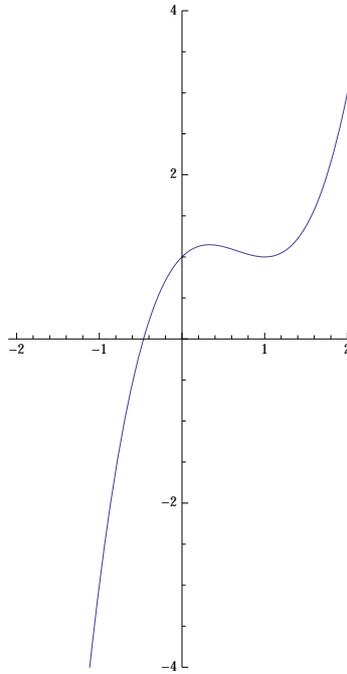
Esercizio 1. Hai misurato la lunghezza (in centimetri) delle ali di sei pappagalli cenerini, ottenendo sei valori x_1, \dots, x_6 tutti compresi fra 10 e 20. La media di questi valori può essere 25? E la varianza può essere 30? Se pensi che la risposta sia sì fai un esempio, se pensi sia no spiega perché.

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$F(t) = \sin \left(\frac{3 + t^3}{4 + t^4} \right) .$$

Esercizio 3. Stabilisci (giustificando la risposta) quale delle funzioni seguenti può avere un grafico come quello in figura:

- (a) $x^3 - 2x^2 + x + 1$;
- (b) $x^3 + 2x^2 + x + 1$;
- (c) $x^3 + x + 1$;
- (d) $x^3 - 2x^2 + 1$.



SECONDA PARTE

Esercizio 4. A Ponte delle Alpi in provincia di Belluno una stazione scientifica misura la concentrazione di gas radon, cercando di correlarla con la magnitudo di terremoti avvenuti in zone vicine. Nella tabella sottostante troverai la magnitudo di 5 terremoti avvenuti a gennaio 2013 e la corrispondente concentrazione di radon misurata a Ponte delle Alpi.

- (i) Supponendo che la magnitudo del terremoto dipenda linearmente dalla concentrazione di radon, calcola la retta di regressione che meglio approssima i dati.
- (ii) L'approssimazione data dalla retta di regressione è buona?
- (iii) Sapendo che la magnitudo di un terremoto può variare fra 0 e 10 mentre i valori di concentrazione di radon tipicamente variano fra 200 e 400, per quali valori di concentrazione di radon ritieni che la retta di regressione possa rappresentare realisticamente la magnitudo dei terremoti?

Dati	x (concentrazione)	y (magnitudo)	x^2	xy	y^2
	250	3	62 500	750	9
	268	2.6	71 824	696.8	6.76
	260	2.3	67 600	598	5.29
	218	2.4	47 524	523.2	5.76
	207	4.8	42 849	993.6	23.04
<i>Medie</i>	<i>240.6</i>	<i>3.02</i>	<i>58 459.4</i>	<i>712.32</i>	<i>9.97</i>

[*Suggerimento:* potrebbe servirti qualcuno dei seguenti conti: $240.6 \cdot 3.02 = 726.612$; $3.02^2 = 9.1204$; $0.025 \cdot 240.6 \simeq 6.022$; $14.292/571.04 \simeq 0.025$; $240.6^2 = 57 888.36$; $\sqrt{0.849} \simeq 0.922$; $\sqrt{571.04} \simeq 23.896$; $\sqrt{712.32} \simeq 26.689$; $0.025 \cdot 3.02 \simeq 0.076$; $\sqrt{9.97} \simeq 3.158$; $14.292/22.026 \simeq 0.649$; $9.042/0.025 \simeq 361.265$; $\sqrt{240.6} \simeq 15.511$; $3.02 \cdot 58 459.4 = 176 547.388$; $571.04/22.026 \simeq 25.925$; $23.896 \cdot 0.922 \simeq 22.026$; $571.04/14.292 \simeq 39.96$; $240.6/3.02 \simeq 79.67$; $\sqrt{58 459.4} \simeq 241.78$; $3.02/240.6 \simeq 0.01$; $14.292/0.922 \simeq 15.505$; $39.955 \cdot 240.6 \simeq 9613.226$.]

Esercizio 5. Un faro F si trova su una piccola isola situata d km a Nord di un punto A su una costa rettilinea orientata Est-Ovest. Si deve collegare con un cavo il faro F con un punto B della costa che si trova l km a Est di A . Il cavo sarà posato lungo il fondo marino in linea retta da F fino a punto C della costa posto fra A e B , e poi in linea retta da C fino a B . Posare il cavo sul fondo marino richiede a euro per chilometro, mentre posare il cavo lungo la costa richiede b euro per chilometro, con $0 < b < a$.

- (i) Trova il punto C che rende minimo il costo della posa del cavo se $d = 5$, $l = 10$, $a = 5000$ e $b = 3000$.
- (ii) Trova il punto C che rende minimo il costo della posa del cavo se $d = 3$, $l = 10$, $a = 5000$ e $b = 3000$.
- (iii) Verifica che collegare in linea retta F a B è la scelta che rende minimo il costo della posa del cavo se e solo se $a/b \leq \sqrt{1 + (d/l)^2}$.

Esercizio 6. Il calore C liberato da una reazione chimica, espresso in unità opportune, dipende dall'acidità x della soluzione in cui avviene la reazione secondo la formula

$$C(x) = 8 \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 4x} .$$

- (i) Studia questa funzione, anche per acidità negative.
- (ii) Considerando solo le acidità positive, cosa puoi concludere sul calore liberato dalla reazione per acidità molto piccole o molto grandi? E, sempre limitandosi alle acidità positive, quali valori può assumere il calore liberato dalla reazione?