

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE
TERZO COMPITINO — TESTO A

24 maggio 2010

Nome e cognome

Matricola

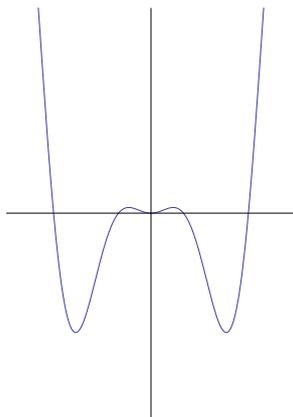
ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Stabilisci (giustificando la risposta) quale delle funzioni seguenti può avere un grafico come quello in figura:

- (a) $x^2 \cos x$;
- (b) $x \cos x$;
- (c) $x \tan x$;
- (d) $x \sin^2 x$.



Esercizio 1.2. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{\log 2}^{\log 3} e^{3x} dx .$$

Esercizio 1.3. Il numero di mutazioni in una fissata sequenza di DNA sottoposto a una radiazione di 2 Röntgen segue una distribuzione di Poisson di media $\mu = \log 20$. Qual è la probabilità che nella fissata sequenza di DNA avvenga almeno una mutazione?

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Determina i punti critici della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sin x - \int_{27}^x e^{t^2} \cos t \, dt .$$

Esercizio 2.2. L'efficienza energetica E di un batterio, espressa in unità opportune, dipende dall'acidità x dell'ambiente in cui si trova secondo la formula

$$E(x) = 12 \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} .$$

Studia questa funzione, anche per acidità negative. Considerando solo le acidità positive, cosa puoi concludere sull'efficienza energetica del batterio per acidità molto piccole o molto grandi? E, sempre limitandosi alle acidità positive, quali valori può assumere l'efficienza energetica del batterio?

Esercizio 2.3. Considera una variabile aleatoria reale X la cui funzione di distribuzione $F_X: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ sia data da

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{per } t \leq 0; \\ \frac{1}{3}(t+1)^2 - \frac{1}{3} & \text{per } 0 \leq t \leq 1; \\ 1 & \text{per } t \geq 1. \end{cases}$$

Determina la densità di probabilità, il valore atteso e la varianza di X .