

Esercitazione del 23 maggio.

1) Sia $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare

$$\text{tale che } T \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Scrivere $[T]_{st}$

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Quali sono gli autovalori di T ?

-2 e 0

c) T è diagonalizzabile? Sì (notate che $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ sono AUTOVETTORI).

2) Sia $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo tale che

$$[T]_{st} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}. \quad \text{Quali sono le coppie}$$

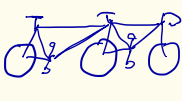
$(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ tali che T sia diagonalizzabile?

a e b entrambi > 0 o a e b entrambi < 0 o $a = b = 0$

3) Dato il sottospazio $U = \text{span}\left(v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$,

a) Scrivere una base v_3, v_4 di $U^\perp$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) Scrivere $[T]_{v_1 v_2 v_3 v_4}^{v_1 v_2 v_3 v_4}$, dove T è la proiezione ortogonale su $U^\perp$. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4) Ci sono 20 persone, 9 TANDEM  uguali fra loro e un SIDECAR. 

In quanti modi si possono disporre le persone per fare una gita? $\binom{20}{9} \cdot 11!$

5) Scrivete un messaggio che rivela il voto che pensate di prendere a MDAL, crittato con RSA, con $pq = 55$, esponente pubblico $e = 17$. esempio: se il voto è 30, il messaggio CRITTATO è 35
Con quale esponente privato posso decifrarlo? $d = 33$

6) Fattorizzare il polinomio $x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ come prodotto di irriducibili
 $(x-3)\left(x - \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right) \times (x+2)^2$
in $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{Z}_3[x]$, $\mathbb{Z}_2[x]$.
 $(x-3)(x^2+x+1)$ $(x+1)(x^2+x+1)$