Esercitazione del 16 maggio 2018

(1) Sia $T : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ l'endomorfismo che, nella base standard è rappresentato da

$$[T]^{st}_{st} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$p_T = t(t^2+1)$

AUTOVALORI $0, i, -i$

a) T è diagonalizzabile? SI

b) Dato l'intero $K \geq 1$, quali sono gli autovalori di T^K? $0, i^K, (-i)^K$

(2) Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$\det(T) = 1$, $\text{traccia}(T) = -2$

e 5 è un autovalore di T.

È possibile determinare il polinomio caratteristico $p_T(t)$? Scrivere SI o NO SI

e, se SI, scrivere $p_T(t)$. $t^3 + 2t^2 - \frac{174}{5} t - 1$

(3) Si consideri in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio

$$U = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Scrivere una base di $U^{\perp}$ (si consideri il prodotto scalare standard).

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(4) Quante sono le terne di interi positivi (x, y, z) tali che $x \cdot y \cdot z = 84$?

54

(5) Quante soluzioni ha, modulo 52, l'equazione

$$x^3 \equiv 1 \quad (52)$$

3

(6) a) Trovare una base che diagonalizza $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ data da $[T]_{st}^{st} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

BASE

$\hookrightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

BASE ORT. $\to$ $\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) Trovare una base ORTONORMALE che diagonalizza la T scritta sopra.