

ANNO ACCADEMICO 2014–15
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI
MATEMATICA
SECONDO SCRITTO
PROFF. MARCO ABATE E ROSETTA ZAN

6 luglio 2015

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Individua il dominio della funzione f data da

$$f(x) = \sqrt{\log |x + 1|}.$$

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione:

$$f(t) = e^{(\arctan t)/(\sin t + \cos^2 t)}.$$

Esercizio 3. Scrivi un esempio di un sistema lineare di 3 equazioni in 2 incognite il cui insieme delle soluzioni sia costituito da un unico punto.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio

- (i) di una funzione f pari, definita e continua su tutto \mathbb{R} , con $f(0) = 0$, e avente valore massimo 5;
- (ii) di una funzione g definita e continua su tutto \mathbb{R} e derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{\pi\}$ ma non in π ;
- (iii) di una funzione continua $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, decrescente, con $h(0) = 5$ e avente come asintoto destro la retta $y = 3$.

Esercizio 5. Hai deciso di aprire un allevamento di uccelli canori, cominciando con una popolazione iniziale di 10 uccelli. I tuoi studi etologici ti assicurano che il numero $U(t)$ di uccelli nella tua popolazione al tempo t , misurato in mesi, soddisfa l'equazione differenziale

$$U' = c \left(U - \frac{1}{200} U^2 \right),$$

dove $c = \frac{1}{12} \log 19$.

- (i) Risolvi il problema di Cauchy trovando l'espressione della funzione U .
- (ii) Studia la funzione U , anche per tempi negativi.
- (iii) Per costituire un'intera orchestra di uccelli canori, hai bisogno di una popolazione di 100 uccelli. Il tuo allevamento potrà mai costituire un'orchestra? Se sì, dopo quanto tempo? Se no, qual è il massimo numero di uccelli che il tuo allevamento potrà mai avere?

Esercizio 6. Trova, al variare dei parametri $h, k \in \mathbb{R}$, la mutua posizione fra la retta r passante per il punto $A = (2, -1, 3)$ e parallela all'asse z , e il piano di equazione $x + y + (1 - k)z = h$.