

MATEMATICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

QUINTO SCRITTO

15 febbraio 2012

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Il negozio di frutta sotto casa tua questa settimana ha diminuito tutti i prezzi del 10%. Invece, il negozio di frutta nella strada parallela ha effettuato uno sconto su tutta la merce del 5% il lunedì, e di un ulteriore 5% il giovedì. Sapendo che i prezzi iniziali erano uguali, in quale negozio ti conviene andare a comprare la frutta il venerdì?*

Esercizio 1.2. *Determina l'immagine $I \subseteq \mathbb{R}$ della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^2 - 1$.*

Esercizio 1.3. *Calcola la derivata della funzione*

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{1 + x^3}.$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Misurando le lunghezze delle code di sei cavie che hai nel tuo laboratorio, trovi i seguenti dati: 10 cm, 7 cm, 6 cm, 6 cm, 11 cm, 8 cm.

- (1) Calcola media, mediana, moda e varianza della lunghezza della coda delle cavie del tuo laboratorio.
- (2) Calcola la probabilità che una cavia del tuo laboratorio presa a caso abbia la coda lunga meno di 10 cm.
- (3) Calcola la probabilità che una cavia del tuo laboratorio presa a caso abbia la coda lunga meno di 10 cm, sapendo però che non la ha lunga 7 cm.
- (4) Più in generale, può esistere un insieme di dati (non necessariamente ottenuti misurando la lunghezza delle code di cavie) con media 5, moda {6} e mediana 4? Se sì, fai un esempio; se no perché?

Esercizio 2.2. Un accurato studio teorico ti porta a supporre che il numero dei pinguini imperatore su un'isola antartica dipenda dal tempo secondo la funzione

$$P(t) = a2^t + b,$$

dove stiamo misurando il tempo in anni. Per verificare la tua ipotesi, porti 150 pinguini in un'isola deserta (tempo $t = 0$), e dopo tre anni (tempo $t = 3$) torni a contarli, scoprendo che sono 500. Determina a e b in accordo con questi dati. Quanti pinguini prevedi che ci saranno dopo altri tre anni (tempo $t = 6$)? Sotto quali ipotesi questa funzione descrive realisticamente il fenomeno?

Esercizio 2.3. Studiando la percentuale di strade ghiacciate in città in funzione dei centimetri di neve in inverno, giungi alla conclusione che la percentuale G di strade ghiacciate dipende dai centimetri di neve secondo la funzione

$$G(x) = 50 + 50 \frac{2x^2 - 2}{2x^2 + 3}.$$

Studia la funzione G (anche per centimetri negativi, utile ai tropici).