

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

TERZO COMPITINO — A.A. 2007/08

27 Marzo 2008

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense. . . Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Calcola la derivata della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x+1}.$$

Esercizio 1.2. Determina (giustificando la risposta) quali delle seguenti funzioni sono crescenti:

- (1) $\arctan(x)$;
- (2) $\log(e^{-x})$;
- (3) x^5 ;
- (4) $e^{\sin(x)}$.

Esercizio 1.3. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_0^2 x + e^x dx.$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \cos(e^{-x^2}).$$

- (1) Calcolane la derivata.
- (2) Trova i punti di massimo e minimo locale di f .

Esercizio 2.2. Il numero di individui nella popolazione di camaleonti del Madagascar segue l'andamento temporale (misurato in anni) dato dalla funzione:

$$N(t) = \frac{1000t^2 \arctan(t)}{\pi(1+t^2)} + 1500.$$

Studia la funzione $N(t)$ (anche per $t < 0$) e disegna il grafico. (Suggerimento: studia il segno della derivata prima senza calcolare la derivata seconda.) Cosa puoi dedurre sul lontano futuro e sul lontano passato dei camaleonti in Madagascar?

Esercizio 2.3. Sia X la variabile aleatoria con funzione di distribuzione

$$F(t) = p(\{X \leq t\}) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{2t} & \text{se } t \leq 0 \\ t + \frac{1}{2} & \text{se } 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{se } t \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Determina

- (1) la densità di probabilità $f_X(t)$ di X ;
- (2) la media (o valor medio) $E(X)$ della variabile X ;
- (3) la varianza $\text{Var}(X)$ di X .