

**MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B**  
**PROF. MARCO ABATE**  
SECONDO COMPITINO — TESTO A

**7 aprile 2010**

Nome e cognome

Matricola

**ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.**

*ISTRUZIONI:* Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

**Esercizio 1.1.** *Fai un esempio di funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  che sia crescente e tale che*

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2, \quad f(0) = 0.$$

**Esercizio 1.2.** *Determina il dominio della funzione*

$$g(t) = \log_{327}(2^t - 2),$$

*e risolvi la disequazione  $g(t) < 0$ .*

**Esercizio 1.3.** *Calcola la derivata della funzione*

$$F(z) = \arctan\left(\frac{1+z}{1+z^2}\right).$$

2. PARTE II

**Esercizio 2.1.** *La dietologa ti ha prescritto una dieta che prevede un'assunzione giornaliera di almeno 200 g di carboidrati e di non più di 120 g di grassi. Inoltre, perché la dieta sia bilanciata, la quantità di carboidrati assunta in un giorno non dev'essere maggiore del triplo della quantità di grassi. Infine, puoi mangiare solo pecorino e soia. Supponi che 100 g di pecorino contengano 30 g di grassi e 5 g di carboidrati, e costino 5 euro; e che 100 g di soia contengano 20 g di carboidrati e 6 g di grassi, e costino 2 euro. Quanto pecorino e quanta soia devi mangiare al giorno per soddisfare le condizioni indicate dalla dietologa spendendo il meno possibile?*

**Esercizio 2.2.** *Fai parte di una spedizione scientifica in Sardegna per studiare le caratteristiche dei fenicotteri rosa. A tal fine, misuri la velocità media di volo  $v$  (misurata in chilometri all'ora) di un fenicottero in funzione della lunghezza  $b$  del becco (misurata in decimetri) ottenendo i seguenti risultati:*

$$\left(b = 2, v = \frac{17}{3}\right), \left(b = \frac{5}{2}, v = \frac{167}{24}\right), \left(b = 3, v = \frac{23}{2}\right), \left(b = \frac{7}{2}, v = \frac{487}{24}\right).$$

- (1) *Trova un polinomio di grado tre che interpola esattamente i dati che hai raccolto.*
- (2) *Dando per buono il fatto che i punti di massimo e di minimo di una funzione sono degli zeri della derivata, traccia il grafico del polinomio di terzo grado che hai trovato.*
- (3) *Secondo te, per quale intervallo di valori della lunghezza del becco il modello dato da questo polinomio può ragionevolmente rappresentare il fenomeno che stai studiando?*

**Esercizio 2.3.** *Stai studiando lo svilupparsi in vitro di una colonia di cellule cancerogene, contando il numero  $N(t)$  di cellule presenti nella colonia al tempo  $t$ , partendo da  $t = 0$  e arrivando a  $t = 48$  ore. I risultati delle misurazioni, altri ottenuti da questi tramite semplici operazioni, e le relative medie sono riportati nella tabella qui sotto.*

- (i) *Determina la retta di regressione. Si tratta di una buona interpolazione?*
- (ii) *Interpola ora i dati supponendo che  $N$  dipenda esponenzialmente da  $t$  (cioè che si comporti come  $ap^t$ , con  $p > 0$ ). Qual è la migliore interpolazione che puoi trovare? Si tratta di una buona interpolazione?*

*[Potrebbero esserti utili alcune fra le seguenti operazioni:  $57116.33/224 \simeq 254.98$ ;  $24 \cdot 254.98 = 6119.52$ ;  $\sqrt{224 \cdot 28096979.9} \simeq 79332.99$ ;  $6119.52/57116.33 \simeq 0.11$ ;  $57116.33/79332.99 \simeq 0.72$ ;  $24 \cdot 2.37 = 56.88$ ;  $2816.23^2 \simeq 7931151.41$ ;  $10^{0.45} \simeq 2.82$ ;  $24 \cdot 2816.23 = 67589.52$ ;  $2.37^2 \simeq 5.62$ ;  $17.87/224 \simeq 0.08$ ;  $\sqrt{74.75 \cdot 0.72} \simeq 7.34$ ;  $10^{2.37} \simeq 234.42$ ;  $\sqrt{224 \cdot 1.43} \simeq 17.90$ ;  $24 \cdot 7.05 = 169.02$ ;  $17.87/17.90 \simeq 0.998$ ;  $10^{0.08} \simeq 1.2$ .]*

Dati	$t$	$N$	$t^2$	$tN$	$N^2$	$\text{Log } N$	$(\text{Log } N)^2$	$t \text{Log } N$
	0	3	0	0	9	0.48	0.23	0
	4	6	16	24	36	0.78	0.61	3.11
	8	12	64	96	144	1.08	1.16	8.63
	12	26	144	312	676	1.41	2.00	16.98
	16	55	256	880	3025	1.74	3.03	27.85
	20	115	400	2300	13225	2.06	4.25	41.21
	24	238	576	5712	56664	2.38	5.65	57.04
	28	494	784	13832	244036	2.69	7.26	75.42
	32	1025	1024	32800	1050625	3.01	9.06	96.34
	36	2126	1296	76536	4519876	3.33	11.07	119.79
	40	4409	1600	176360	19439281	3.64	13.28	145.77
	44	9143	1936	402292	83594449	3.96	15.69	174.29
	48	18959	2304	910032	359443681	4.28	18.30	205.34
Medie	24	2816.23	800	124705.85	36028131.31	2.37	7.05	74.75