

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

SECONDO COMPITINO

10 Febbraio 2009

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense. . . Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Può esistere una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ crescente tale che $f(5) = 2$ e $f(2) = 5$? Se sì, fai un esempio; se no spiega perché.*

Esercizio 1.2. *Fai un esempio di funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia crescente e tale che*

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \quad f(0) = -2.$$

Esercizio 1.3. *Può esistere una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ periodica di periodo 12 e tale che $f(0) = 1000$? Se sì, fai un esempio; se no spiega perché.*

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Il fabbisogno energetico giornaliero di una vasta area metropolitana è di $96 \cdot 10^{11}$ Wattora. Il dipartimento di energia del governo deve decidere come ripartire la produzione tra una centrale idroelettrica ed una centrale termoelettrica. La centrale idroelettrica eroga una potenza di $1.5 \cdot 10^{11}$ Watt (in altre parole, produce $1.5 \cdot 10^{11}$ Wattora ogni ora) con un costo di 0.2 euro/Wattora. La centrale termoelettrica eroga una potenza di $3 \cdot 10^{11}$ Watt con un costo di 0.6 euro/Wattora. Se fossi a capo del dipartimento di energia, come ripartiresti la quantità di energia prodotta tra le due centrali in modo da soddisfare il fabbisogno giornaliero spendendo il meno possibile?*

Esercizio 2.2. *Fai parte di una spedizione scientifica in Paraguay per studiare le caratteristiche del tucano toco. A tal fine, misuri la lunghezza L (misurata in centimetri) del becco del tucano in funzione dell'età t (misurata in anni) e ottieni i seguenti risultati:*

$$(t = 1, L = 10) \quad (t = 2, L = 15) \quad (t = 4, L = 20).$$

- (1) *Ipotizzando che la lunghezza del becco dipenda linearmente dall'età, trova la retta che meglio approssima i tuoi dati. L'approssimazione è buona?*
- (2) *Sapendo che un tucano toco vive al massimo 20 anni, per quale intervallo di tempi ritieni che la tua ipotesi sia ragionevole?*
- (3) *Trova una funzione quadratica che interpola esattamente i dati che hai raccolto.*

Esercizio 2.3. *Vuoi studiare la quantità di proteine assimilate da un paziente in funzione della quantità di proteine che questi assume in un pasto. Dagli esperimenti effettuati rilevi che la quantità di proteine assimilate cresce al crescere della quantità assunta, e che si verifica un fenomeno di saturazione per cui la quantità massima assorbibile di proteine è di 40 g. Chiaramente, assumendo 0 g di proteine se ne assimilano 0 g, mentre hai rilevato che assumendone 15 g il paziente ne assimila 10 g. Trova una funzione $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ che possa rappresentare questa situazione.*