

Accademia dei Lincei e Normale per la scuola
Incontri di formazione e aggiornamento per insegnanti
a.s. 2013/14

LE INDICAZIONI NAZIONALI DALLA TEORIA ALLA PRATICA: IL CASO DELLA MATEMATICA

Rosetta Zan
Dipartimento di Matematica, Pisa
zan@dm.unipi.it

...dalla volta scorsa

Proposte di lavoro (per la prossima volta)

- Riflettere su una 'regola' su cui avevate programmato di lavorare in classe
- Far svolgere agli allievi il tema:
'Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica (dalle elementari ad oggi)'
→ chiedere a un collega di assegnarlo in classe

2° INCONTRO , 13 gennaio 2014
Il problem solving nelle I.N.

Prossimi incontri:

3. Venerdì 14 febbraio 2014:
Il laboratorio di matematica
4. Martedì 11 marzo 2014:
Le competenze linguistiche in matematica

Due approcci diversi

INSEGNARE LE REGOLE

- sorvolando sui fatti che le originano
- ignorando i perché di tali fatti
- spesso ignorando anche le relazioni fra:
 - regole e fatti
 - regole

INSEGNARE I 'FATTI'...

... e come utilizzarli in vista di un obiettivo

→ costruire competenze

COME?

- Come insegnare i 'fatti':
Laboratorio, Argomentare
- Come insegnare a utilizzarli in vista di un obiettivo:
Problem solving

MATEMATICA

(...) la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per **affrontare problemi** utili nella vita quotidiana (...).

Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad **affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche**, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, **dedicando il tempo necessario** alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili **strategie** risolutive.

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per **affrontare e porsi problemi significativi**.

Alcune parole chiave



L'obiettivo non è di accompagnare passo dopo passo lo studente nella quotidianità di tutte le sue esperienze, bensì di proporre un'educazione che lo spinga a fare **scelte autonome e feconde**, quale risultato di un confronto continuo della sua **progettualità** con i valori che orientano la società in cui vive.

La scuola può e deve educare a questa **consapevolezza** e a questa **responsabilità** i bambini e gli adolescenti, in tutte le fasi della loro formazione.

Sviluppare l'*autonomia* significa avere fiducia in sé e fidarsi degli altri; provare soddisfazione nel fare da sé e saper chiedere aiuto o poter esprimere insoddisfazione e frustrazione elaborando progressivamente risposte e **strategie**; esprimere sentimenti ed emozioni; partecipare alle **decisioni** esprimendo opinioni, imparando ad operare **scelte** e ad assumere comportamenti e atteggiamenti sempre più **consapevoli**.

(...) fornendo all'alunno le occasioni per acquisire **consapevolezza** delle sue potenzialità e risorse, per **progettare** la realizzazione di esperienze significative e verificare gli esiti conseguiti in relazione alle attese.

Favorisce lo sviluppo delle capacità necessarie (...) per porsi **obiettivi** non immediati e perseguirli. Promuove inoltre quel primario senso di **responsabilità** che si traduce nel fare bene il proprio lavoro e nel portarlo a termine (...).

Profilo delle competenze al termine del primo ciclo di istruzione

Lo studente (...) è in grado di iniziare ad affrontare in autonomia e con **responsabilità**, le situazioni di vita tipiche della propria età (...).

Ha **consapevolezza** delle proprie potenzialità e dei propri limiti (...), orienta le proprie **scelte** in modo **consapevole** (...).

Il possesso di un pensiero razionale gli consente di **affrontare problemi** e situazioni sulla base di elementi certi e di avere consapevolezza dei limiti delle affermazioni che riguardano questioni complesse che non si prestano a spiegazioni univoche.

(...) è allo stesso tempo capace di ricercare e di procurarsi velocemente nuove informazioni ed impegnarsi in nuovi apprendimenti anche **in modo autonomo**. (...)

Si assume le proprie **responsabilità** e chiede aiuto quando si trova in difficoltà e sa fornire aiuto a chi lo chiede. (...)

È disposto ad analizzare se stesso e a misurarsi con le novità e gli imprevisti.

Alcune parole chiave



PROBLEM SOLVING

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]

PROBLEM SOLVING

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.



...se l'individuo raggiunge la meta

SUCCESSO

...se l'individuo *non* raggiunge la meta

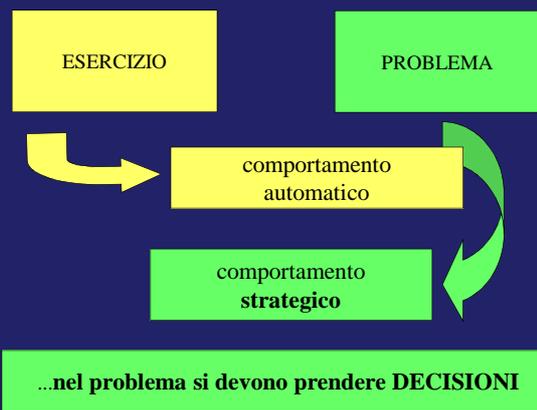
FALLIMENTO

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]

problema / esercizio



importanza di abilità metacognitive



comportamento strategico

...nel problema si devono prendere DECISIONI

importanza di abilità metacognitive

- per *risolvere* un problema
 - consapevolezza delle proprie risorse
 - regolazione dei propri comportamenti in base a tali risorse

↘ esempio: memoria

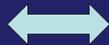
Particolare attenzione sarà posta a **come ciascuno studente mobilita e orchestra le proprie risorse** – conoscenze, abilità, atteggiamenti, emozioni – per affrontare efficacemente le situazioni che la realtà quotidianamente propone, in relazione alle proprie potenzialità e attitudini.

→ ...ma anche per *riconoscere* un problema

19

Riconoscere un problema

CARATTERISTICHE
DEL COMPITO



CARATTERISTICHE
DEL SOGGETTO



conoscenze



consapevolezza
delle proprie
risorse

20

Che cos'è un problema?

Un problema sorge
quando un essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]

↓ dimensione

- soggettiva

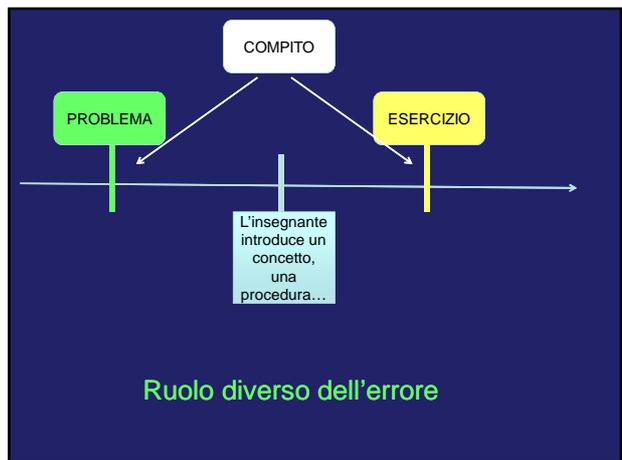
Che cos'è un problema?

Un problema sorge
quando un essere vivente ha una meta
ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935]

↓ dimensione

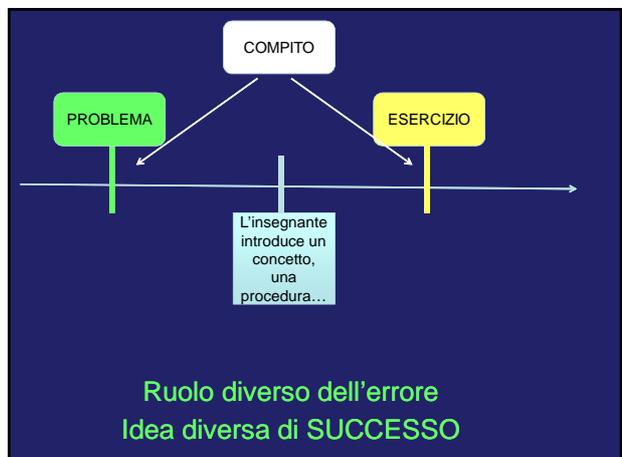
- soggettiva
- temporale



Ruolo diverso dell'errore

Popper

'Evitare errori è un ideale meschino: se non osiamo affrontare problemi che siano così difficili da rendere l'errore quasi inevitabile, non vi sarà allora sviluppo della conoscenza. In effetti, è dalle nostre teorie più ardite, *incluse quelle che sono erronee*, che noi impariamo di più. Nessuno può evitare di fare errori; la cosa più grande è imparare da essi.'



Ruolo diverso dell'errore
Idea diversa di SUCCESSO

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

[Duncker, 1935] ↓ dimensione

- soggettiva
- temporale
- motivazionale

Che cos'è un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla.

- ↳ Ha una meta?
- ↳ *Quale* meta?
v. Von Neumann

- motivazionale



L'interpretazione del fallimento

- ↳ ricerca e individuazione delle cause del successo / fallimento

Processo di attribuzione causale (Weiner):

- cause interne / esterne
- stabili / non stabili
- controllabili / non controllabili

Esempi:

- Ho preso l'insufficienza al compito
 - Perché era difficile
 - Perché non ho studiato abbastanza
 - Perché la professoressa ce l'ha con me
 - Perché non me l'hanno passato
 - Perché mi sentivo male
- ↳ Causa interna, non stabile, controllabile

Altri esempi di attribuzione a cause esterne / non controllabili

L'innovazione non è possibile perché:

- Ci sono troppi alunni per classe
- Le famiglie ti remano contro
- Non c'è collaborazione fra i colleghi
- La scuola affoga nella burocrazia
- Il Dirigente ostacola invece di aiutare
- ...

Potenzialità del problem solving

- Attiva processi decisionali
- Sviluppa abilità metacognitive
- Favorisce:
 - ✓ l'assunzione della responsabilità di tali processi
 - ✓ il movimento della mente nel tempo (anticipare le conseguenze; rivedere il percorso fatto)
 - ✓ un'idea di successo identificata con l'attivazione di processi di pensiero
 - ✓ una visione delle discipline come discipline vive
 - ✓ competenze sociali e di argomentazione, stimulate dalla collaborazione e dal confronto

Potenzialità del problem solving



Il problem solving
è per sua natura trasversale

Esercizi stereotipati e non problemi



NO!

- Si fa in genere problem solving a scuola?
- In particolare si fa problem solving in matematica, attraverso l'usuale attività di soluzione di problemi?

Esercizi stereotipati e non problemi

- sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione;
- sono risolvibili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese (recentemente) a scuola;
- non è ammessa alcuna interazione con la realtà.

Proposti con modalità stereotipate

Esercizi stereotipati e non problemi

- sono presenti tutti e soli i dati necessari per rispondere;
- c'è sicuramente una e una sola soluzione;
- sono risolvibili per lo più in poco tempo (naturalmente se un allievo li sa risolvere);
- per risolverli è necessario applicare conoscenze di matematica apprese (recentemente) a scuola;
- non è ammessa alcuna interazione con la realtà.

➤ L'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

- L'attenzione è sulla produzione di risposte corrette

- Le conoscenze matematiche quelle su cui l'insegnante si è basato per valutare il risultato
- Il tempo a disposizione è limitato
- La collaborazione con gli allievi è limitata
- Si cerca di **aiutare** gli allievi



Si riduce la complessità (tipica dei problemi reali)

➤ L'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

Nel caso di allievi in difficoltà

- La complessità si riduce ulteriormente:
- Si spezza la domanda in tante sotto-domande
- L'ultima risposta è quella 'corretta'



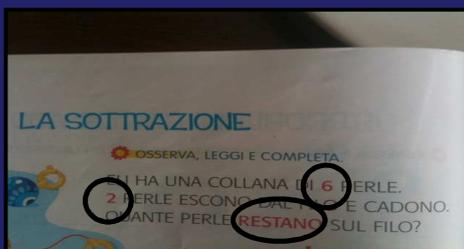
L'allievo ha dato la risposta corretta...
...ma non ha risolto il problema!

Nel caso di allievi in difficoltà

- La complessità si riduce ulteriormente:
- Si spezza la domanda in tante sotto-domande
- L'ultima risposta è quella 'corretta'



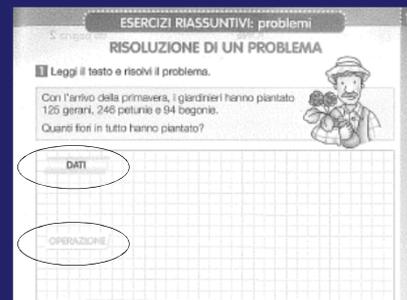
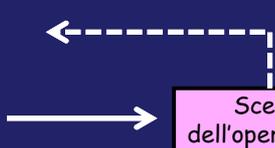
...proprio agli allievi che avrebbero più bisogno di sviluppare abilità di problem solving non viene offerta alcuna occasione per farlo



Dati numerici

Parole chiave

Scelta dell'operazione



DATI

OPERAZIONI

Passi

(INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.
Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28.
Chi ha il passo più lungo?

DATI?

OPERAZIONE?

➤ L'obiettivo che l'insegnante si pone nel proporre problemi è in genere quello di *valutare* conoscenze e abilità

Per me un problema è come una prova di capacità, che serve per riconoscere l'intelligenza del ragazzo o della ragazza. [5.a el.]



Un fallimento ripetuto convincerà l'allievo che non è in grado di fare matematica, che non è intelligente

OBIETTIVI

Valutare
conoscenze e
abilità



Costruire
conoscenze e
competenze



la complessità viene vista come un ostacolo alla produzione di risposte corrette



...un'adeguata complessità è necessaria per attivare processi di pensiero significativi

CONSEGUENZE

CONSEGUENZE 1.

- Anche le risposte degli allievi ai problemi sono stereotipate



Comportamenti 'patologici', caratterizzati da 'sospensione di senso'

- Pratica quotidiana
- Prove OCSE-PISA
- Letteratura internazionale

ISRAELE

Quale sarà la temperatura dell'acqua in un recipiente se metti insieme una caraffa d'acqua a 10° e una a 40°?



$$10^{\circ} + 40^{\circ} = 50^{\circ}$$

L'età del capitano (FRANCIA)

Su un battello ci sono 36 pecore.
10 muoiono affogate.
Quanti anni ha il capitano?



...i bambini 'rispondono'!!!!

C'è un problema addosso alla gente, c'è un problema che si fa sul quaderno. [5.a el.]

mi fa venire in mente problema di una storietta corta dove finita la storia bisogna risolverla e quando non riesco a concentrarmi sul problema mi immagino sempre: ecco perchè l'hanno chiamata problema. [4.a el.]

dissociazione totale

problema reale / problema matematico

CONSEGUENZE 2.

- La tipologia stereotipata dei problemi utilizzati mette in secondo piano il ruolo delle decisioni
- Riducendolo al più alla scelta dell'operazione giusta

Per me un problema è una cosa che si deve risultare uguale a quello che la maestra ha già fatto. [3.a el.]

Per me un problema è dove bisogna pensare a se dividere, moltiplicare, addizionare, togliere i seguenti numeri. [4.a el.]

Un test sulle decisioni

1
Ti capita a volte di prendere decisioni, cioè di decidere qualcosa?
Fai un esempio.

2
Ti piace prendere decisioni?
Perché?

3
A scuola ti capita di prendere decisioni?
Fai un esempio.

4
A casa, quando devi fare i compiti, ti capita di prendere decisioni?
Fai un esempio.

5
Qual è la materia in cui ti capita più spesso di prendere decisioni?
Perché?

6
Quando devi risolvere un problema di matematica ti capita di prendere decisioni?
Fai un esempio.

A scuola ti capita di prendere decisioni? Fai un esempio.

- *"No, non mi capita mai, perché le decisioni le prendono le professoressa a scuola, oppure le bidelle."* [Serena, 2a media]
- *"Sì. Quando scelgo una penna per scrivere."* [Sara, 1a media]
- *"Sì mi capita anche molto spesso di prendere decisioni, magari fra due penne o decisioni più importanti del tipo non insistere tanto per essere interrogati."* [Giulia, 1a media]
- *"Di come comportarmi e di decidere di come fare qualcosa."* [Danilo, 1a media]

55

A casa, quando devi fare i compiti, ti capita di prendere decisioni? Fai un esempio.

- "No, perché tanto li devo fare." [Cristiano, 3a media]
- "Posso decidere dove farli, a che ora cominciare, a che ora smettere." [Simona, 3a media]
- "A casa mi capita di prendere decisioni quando devo scegliere quale materia studiare per prima in base alle mie conoscenze. Decido anche se penso di essere più o meno preparata su una materia e quindi quanto tempo devo dedicarle." [Francesca, 3a media]

56

Qual è la materia in cui ti capita più spesso di prendere decisioni? Perché?

- 'A Inglese quando prendo i brutti voti se dirlo prima o dopo a mia madre.' [Jonatha, 3a media]
- 'Sono le materie orali come la storia e la geografia perché devo decidere se devo alzare la mano o no, oppure se andare volontaria o no.' [Simona, 3a media]
- "L'italiano, perché quando si fa per esempio un tema o una serie di domande, devo scegliere che termini usare e come 'tirare su' la mia composizione." [Francesca, 3a media]

Quando devi risolvere un problema di matematica ti capita di prendere decisioni? Fai un esempio.

- 'Sì. Nei compiti di Matematica la professoressa ci dà problemi e espressioni, e io non so mai quale scegliere da fare prima.' [Francesco, 2a media]
- 'Sì. Come se il problema non mi riesce mi metto a giocare con la penna.' [Manuele, 1a media]

58

CONSEGUENZE 3

- Non si sviluppano adeguatamente abilità metacognitive:
 - Consapevolezza
 - Controllo
- Gli allievi non hanno occasioni:
 - di gestire e interpretare l'insuccesso in un ambiente protetto
 - di gestire le emozioni
 - di sperimentare l'importanza della determinazione

Un problema o lo capisci subito o non lo capisci più

"Per me un problema è uno svolgimento di cui bisogna riflettere, pensare.
Ed è anche una lezione che si svolge nel quaderno di aritmetica,
la parola problema mi fa venire in mente una cosa di cui ha bisogno di tempo, è una cosa che bisogna impegnarci capirla.
Il problema è una cosa un po' difficile ma se un bambino mette bene i dati può capire facilmente.
Sì certo è uno svolgimento che se uno lo capisce bene, altrimenti non lo può più capire.
Per me la parola problema è una cosa difficile che mi fa sentir male." [4.8 C]

CONSEGUENZE 4

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo

- errore
- tempo



...sono visti come NEMICI, invece che come RISORSE

Quando vengo interrogata, o viene annunciato un compito in classe entro in uno stato d'ansia, le mani iniziano a tremare e vengo avvolta dalla paura di sbagliare.
Erika, 2^a media

Durante le verifiche ho così paura di sbagliare che metto i portafortuna sul banco.
Francesco, 3^a el.

ERRORE

62

...quando finalmente riesco a prendere confidenza con un argomento, come se lo facessero apposta, andiamo avanti col programma e rimango fregato.
Matteo, 2^a superiore

La mia maestra era una di quelle all'antica che voleva tutto e subito.
Simone, 4^a superiore

TEMPO

63

CONSEGUENZE 4

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo

↓

- Una visione distorta della matematica
- Una visione distorta di sé come allievo

CONSEGUENZE 4

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo

↓

- Una visione distorta della matematica

Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è 3/4 della base.



...e non conclude

“a questo punto non so, cioè non mi ricordo bene le formule...”

I PERCHÉ	→	REGOLE
PRO	Una materia: • normativa • compulsiva	ESERCIZI
RAGI		RICORDARE
RIFLETTERE	→	AGIRE

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

CONSEGUENZE 4

Si passano 2 messaggi all'allievo:

- Che il prodotto (la risposta) è più importante del processo
- Che il successo consiste nel dare la risposta corretta in poco tempo



- Una visione distorta della matematica
- Una visione distorta di sé come allievo

Dal tema: *Io e la matematica*

“ Alle elementari non ero una grossa cima in matematica, quindi in 3ª elementare vidi che non ero brava e chiusi così la mia testa, dicendo che questa non faceva per me.” (Azzurra, 1° media)

69



Azzurra

Trovare il perimetro di un rettangolo che ha la base di 12 cm e l'altezza di 8 cm.

Azzurra: 12 x 8

Ins.: 'Perché moltiplichi?'

Azzurra:

'Divido?'

71

Per la prossima volta

- Riflettendo sulla vostra pratica, ci sono momenti in cui proponete un'effettiva attività di problem solving?
Fate un esempio.
- Portate un problema che ritene un 'buon' problema.