

Master in
"Professione formatore in didattica della matematica"
a.a. 2013/14
3 febbraio 2014

'Capire' strumentale e 'capire' relazionale in matematica

Rosetta Zan
Dipartimento di Matematica, Pisa
zan@dm.unipi.it

Indicazioni Nazionali per il primo ciclo (p.60)

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

Proposta di lavoro 1

- Esistono riferimenti altrettanto espliciti nelle I.N. per i Licei e nelle Linee Guida?

...ma cosa sono queste
'regole'?

La parola 'regola'...

- Non appartiene al linguaggio della matematica, che ha altre parole:
 - Teorema
 - Definizione
 - Algoritmo
 - Convenzione
 - ...
- Ma appartiene al linguaggio quotidiano
- ...e anche a quello della pratica didattica

La parola 'regola'...

Ma come viene usata la parola 'regola' nella pratica didattica?

A circa 100 insegnanti del primo ciclo abbiamo chiesto:

Fai l'esempio di una *regola* di matematica che in genere insegni.

- ...e anche a quello della pratica didattica

Proposta di lavoro 2

- Leggete le risposte date da questi insegnanti, e cercate di classificarle in base a criteri che considerate significativi
- Dopo aver discusso insieme, annotate le vostre riflessioni

- Cosa vuol dire “visione della matematica ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare”?
- Cosa si intende per ‘regole’?
- Perché nelle I.N. una “visione della matematica ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare” è considerata negativa?
- Da cosa proviene una visione di quel tipo? Da quali esperienze? Da quali pratiche?
- Come si può prevenire / scardinare tale visione?

DISCUSSIONE

Nell'insegnamento della matematica...

...possiamo distinguere 2 tipi di regole:

•Regole ‘socio-matematiche’

Regole che l'insegnante (o il libro di testo) fa seguire all'allievo nel contesto della matematica.

Ad esempio: quando si introduce il sistema posizionale far colorare di colori diversi le cifre che sono in posizioni diverse

- ...altre regole

Le regole socio-matematiche
nei libri di testo

DATI

ESERCIZI RIASSUNTIVI: problemi

RISOLUZIONE DI UN PROBLEMA

1 Leggi il testo e risolvi il problema.

Con l'arrivo della primavera, i giardinieri hanno piantato 125 gerani, 248 pelunie e 94 begonie.
Quanti fiori in tutto hanno piantato?

DATI

OPERAZIONE

OPERAZIONI

I problemi sono un po' noiosi perché metti più tempo a disegnare la figura, a scrivere i dati che a risolvere il problema stesso.
(Marco, 5^a primaria)

Passi

(INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.
Maria conta 26 passi, Renato ne conta 30 e Fabio 28.
Chi ha il passo più lungo?

DATI?

OPERAZIONE?

Nell'insegnamento della matematica...

...possiamo distinguere 2 tipi di regole:

- Regole 'socio-matematiche'

Regole che l'insegnante (o il libro di testo) fa seguire all'allievo nel contesto della matematica.

Ad esempio: quando si introduce il sistema posizionale far colorare di colori diversi le cifre che sono in posizioni diverse

- ...altre regole

Regola (dizionario Hoepli)

- Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze: *trasgredire, violare, rispettare, le regole del gioco; le regole della buona educazione*
- Nei vari campi di attività è DOVERE scientifico, precetto a cui attenersi per raggiungere un determinato scopo o per risolvere correttamente un problema: *le regole della matematica*

- Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze

Esempi:

- Calcolo letterale: 'sviluppo', 'metto in evidenza'
- Sistema: trovo (cerco di trovare) le soluzioni
- ...

- Precetto a cui attenersi per raggiungere un determinato scopo

Esempi:

- Algoritmi
- Procedura per risolvere un problema (che diventa quindi un esercizio)
- ...

- Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze

Se, quando...

+ descrizione di come procedere

- Precetto a cui attenersi per raggiungere un determinato scopo

Per ...

trovare (calcolare, ...) bisogna (si deve, ...)...

INDICATORI LINGUISTICI

Nelle risposte che abbiamo esaminato

Compaiono le 2 accezioni:

- come comportarsi in certe circostanze (caso particolare: le convenzioni)
- come comportarsi per raggiungere uno scopo

Ma compare anche:

- 'regola' per descrivere una *proprietà*, qualcosa che succede con 'regolarità' (e, nel linguaggio quotidiano, prevede eccezioni!)
- 'regola' come etichetta per qualsiasi enunciato della matematica, anche definizioni

Nota:
Stiamo cercando di ricostruire le accezioni con cui un insegnante usa la parola 'regola'.
Quindi una singola risposta non ci dice l'uso completo che ne fa un insegnante, ma ci suggerisce alcune differenze.

Nelle risposte che abbiamo esaminato

Compaiono le 2 accezioni:

- come comportarsi in certe circostanze (caso particolare: le convenzioni)
- come comportarsi per raggiungere uno scopo

Ma compare anche:

- 'regola' per descrivere una *proprietà*, qualcosa che succede con 'regolarità' (e, nel linguaggio quotidiano, prevede eccezioni!)
- 'regola' come etichetta per qualsiasi enunciato della matematica, anche definizioni

Nelle risposte che abbiamo esaminato

Compaiono le 2 accezioni:

- come comportarsi in certe circostanze (caso particolare: le convenzioni)

Nelle risposte che abbiamo esaminato

- come comportarsi per raggiungere uno scopo

Nelle risposte che abbiamo esaminato

Ma compare anche:

- 'regola' per descrivere una *proprietà*, qualcosa che succede con 'regolarità' (e, nel linguaggio quotidiano, prevede eccezioni!)

P7. Un gruppo da 10 si chiama DECINA e si scrive DA.



Non è una 'proprietà'

Ma in mancanza di INDICATORI LINGUISTICI può non esser chiaro se un enunciato è una 'proprietà' o una 'definizione'

P4. Il perimetro è la misura del contorno.

S9. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.

Nelle risposte che abbiamo esaminato

- 'regola' come etichetta per qualsiasi enunciato della matematica, anche definizioni

Riassumendo

0. Regole socio-matematiche
1. 'regola' come etichetta per tutto quello che riguarda la matematica
2. 'regola' come proprietà
3. 'regola' come modo di comportarsi in una certa situazione
4. 'regola' come modo di comportarsi per raggiungere uno scopo

CONSEGUENZE?

0. Regole socio-matematiche
1. 'regola' come etichetta per tutto quello che riguarda la matematica
2. 'regola' come proprietà
3. 'regola' come modo di comportarsi in una certa situazione
4. 'regola' come modo di comportarsi per raggiungere uno scopo

CONSEGUENZE?

0. Regole socio-matematiche
1. 'regola' come etichetta per tutto quello che riguarda la matematica
2. 'regola' come proprietà
3. 'regola' come modo di comportarsi in una certa situazione
4. 'regola' come modo di comportarsi per raggiungere uno scopo

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

"FATTO" MATEMATICO

diventa

Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

REGOLA

comportamento da seguire

$PESO\ LORDO = PESO\ NETTO + TARA$

"FATTO" MATEMATICO

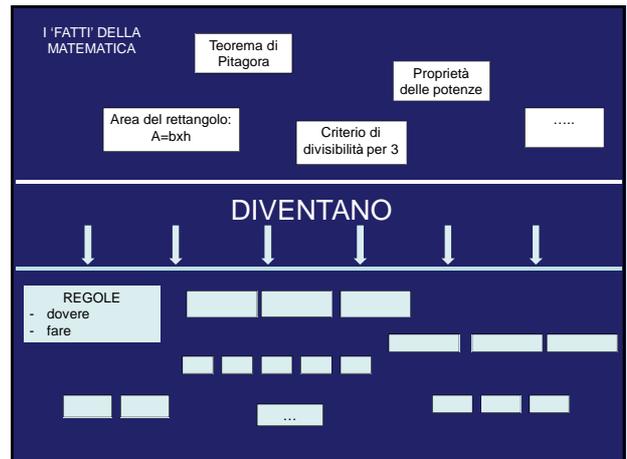
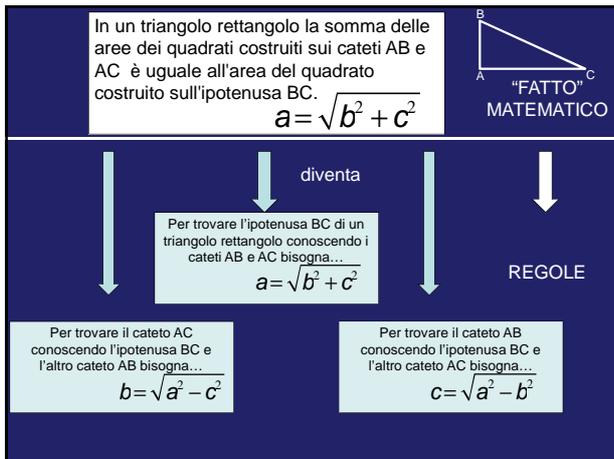
Per trovare il peso lordo si deve fare:
 $PESO\ NETTO + TARA$

REGOLA ...REGOLE

Per trovare il peso netto si deve fare:
 $PESO\ LORDO - TARA$

Per trovare la tara si deve fare:
 $PESO\ LORDO - PESO\ NETTO$

...tante e diverse, a seconda dell'obiettivo



Due approcci diversi

INSEGNARE LE REGOLE

- sorvolando sui fatti che le originano
- ignorando i perché di tali fatti
- spesso ignorando anche le relazioni:
 - fra regole e fatti
 - fra le regole

Conseguenze:

- enfasi sul *ricordare*, invece che sul *riflettere, ragionare*
- la regola enfatizza il 'dover fare', nei 2 aspetti: *agire* e *dovere*
- la matematica è percepita come insieme di regole scollegate, una disciplina normativa e compulsiva

INSEGNARE I 'FATTI'...

... e come utilizzarli in vista di un obiettivo

→ competenze

Nei libri di testo

Alcuni termini ricorrenti sono indicatori di una visione strumentale:

- REGOLA
- RICORDA
- DEVI
- ...

Le voci degli allievi

- ricordare

La geometria a me non piace perché bisogna ricordarsi tutte le formule, calcolarle, disegnare la figura, metterci la base e l'altezza, insomma bisogna ricordarsi tutto. (Alessandro, 5^a primaria)

(...) si applica la memoria a ricordare regole e formule che, a volte, servono nella vita. (Giovanni, 5^a primaria)

Un giorno c'era l'interrogazione delle regole fatte a scuola il giorno prima e nonostante che avevo studiato alcune cose non me le ricordavo e così ci ho preso buono. (Sara, 5^a primaria)

Inoltre in questi anni, che la matematica sta diventando un po' complicata non riesco a ricordare tutte le regole e tutte le altre cose perfettamente. (Martina, 5^a primaria)

Il mio rapporto con la matematica è molto peggiorato perché bisogna ricordarci le regole e come si svolgono gli esercizi. (Michele, 2^a secondaria di 1° grado)



La visione della matematica come insieme di regole da ricordare influisce sull'atteggiamento che l'allievo costruisce verso la disciplina.

La cosa proprio che non sopporto della matematica sono il PESO-NETTO, PESO LORDO e TARA, perché a me non mi sono mai piaciute le regole. (Caterina, 5^a primaria)

Non mi piace tantissimo, prima di tutto perché devo imparare tutte le regole. (Davide, 1^a secondaria di 1° grado)

Le voci degli allievi

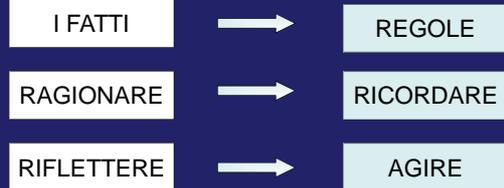
- ricordare
- si deve, bisogna, ...

La matematica è un dovere che bisogna sempre rispettare e fare. (Alice, 4^a primaria)

A me fanno un po' di confusione tutte le regole che bisogna rispettare. (Claudio, 5^a primaria)

Non mi piace perché ci sono un mare di regole che per fare un'operazione piccina piccina: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una regola sono guai! Non solo sbagli tutto ma ti prendi pure una predica dalla professoressa. (Eleonora, 1^a secondaria di 1° grado)

Di recente abbiamo affrontato l'argomento sulle frazioni, sono abbastanza "complicate", devi semplificare, per le moltiplicazioni, non ne parliamo che è meglio, si devono semplificare il numeratore con il denominatore dell'altra frazioni, la divisione la si deve trasformare in moltiplicazione, l'addizione e la sottrazione si possono svolgere normalmente solo quando hanno il denominatore uguale se no si trova il m.c.m. (Francesco, 1^a secondaria di 1° grado)



Conseguenze 1.

Cosa succede di fronte a una situazione che non è affrontabile con una 'regola'...
...cioè di fronte a un problema?

- INVALSI
- OCSE PISA
- GARE, GIOCHI MATEMATICI...

Passi

(INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.
Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28.
Chi ha il passo più lungo?

Conseguenze 2

Cosa succede se l'allievo è convinto di non ricordare la regola 'giusta' per quella situazione?

Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è $\frac{3}{4}$ della base.



...e non conclude

“a questo punto non so,
cioè non mi ricordo bene le formule...”

Nicola

$$-7x^2 < \sqrt{7}$$

- I.: *'Perché invece di ricordarti cosa devi fare, non provi a risolverla da solo?'*
- N.: *'La matematica è fatta di regole ben precise che vanno seguite, non ci si può inventare nulla. I problemi si risolvono seguendo quelle regole e io, ora, non mi ricordo come si risolvono le disequazioni.'*

Il successo in matematica

- Per aver successo:
 - bisogna rispettare le regole 'socio-matematiche'
 - studiare e memorizzare le altre regole
- Chi 'trasgredisce'...
 - viene considerato un allievo di basso rendimento / livello
 - si convincerà di essere inadeguato
 - ...poi magari fa bene alle gare, all'INVALSI, in compiti non standard

In questo incontro

- Cosa vuol dire "visione della matematica ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare"?
- Cosa si intende per 'regole'?
- Perché nelle I.N. una "visione della matematica ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare" è considerata negativa?
- Da cosa proviene una visione di quel tipo? Da quali esperienze? Da quali pratiche?
- Come si può prevenire / scardinare tale visione?

Due approcci diversi

INSEGNARE LE REGOLE

- sorvolando sui fatti che le originano
- ignorando i perché di tali fatti
- spesso ignorando anche le relazioni fra:
 - regole e fatti
 - regole

INSEGNARE I 'FATTI'...

... e come utilizzarli in vista di un obiettivo
→ costruire competenze

COME?

- Come insegnare i 'fatti':
- Come insegnare a utilizzarli in vista di un obiettivo

La matematica è una materia in cui bisogna riflettere molto e capire perché esiste quella regola.
(Marco, 5^a primaria)