

Esercitazione del 26 -10-2007

Esercizi su concetto di indipendenza e dipendenza lineare di vettori.

Sistemi lineari e loro interpretazione come trasformazione lineare $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, associata ad una matrice $A_{m,n}$.

Eliminazione di gauss per matrici n,m e riduzioni a scala di un sistema.

Definizione di rango di una matrice. Compatibilità di sistema lineare con teorema e relativo criterio di Rouche-Capelli.

Concetto di immagine, ker (o nucleo) e di controimmagine.

Esercizi:

soluzione e discussione di rango, rango del ker di due sistemi usando eliminazione di gauss :

a)

$$2x - 3y - 2z + w = 1$$

$$4x - 6y + z - w = 3$$

$$6x - 9y - z - w = 4;$$

b)

$$x - y + z = 1$$

$$2x - 2y - 2z = 2$$

$$-x + y + 3z = 5;$$

Trasposizione delle matrici a loro associate;

Definizione di determinante, teorema di cramer e applicazione del determinante al calcolo della matrice inversa e nonche' al calcolo del rango di una matrice usando il teorema degli orlati (di cui conoscono solo l'enunciato). Concetto di matrice aggiunta e soluzione di sistemi compatibili. Definizione e calcolo di matrice inversa.

Esercizi vari. (calcolo ed esercizi su varie matrici quadrate).

Soluzione e ridiscussione dei due sistemi a) ed b) sopradescritti, con l'utilizzo del concetto di determinante e del teorema degli orlati.

Applicazione del concetto di immagini iniettiva, suriettiva e bigettiva a trasformazioni lineari $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, utilizzando il concetto di rango e del Ker della matrice dei coefficienti associata.

Esempi vari.

Applicazione del concetto di iniettività su funzioni ad una variabile ($\sin x$, $\log x$,...).

Esercizi vari.

Prodotto fra matrici e accenno alla composizione delle corrispondenti trasformazioni lineari.
senza esercizi

Geometria affine: equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani nello spazio affine ordinario. Concetto di fascio di piani e stelle di piani con esercizi pratici. Condizioni di parallelismo e ricerca dei parametri di giacitura di un piano con l'utilizzo del determinante.

Esercizio svolto in maniera completa :

discussione completa del seguente sistema inteso come sistema di equazioni cartesiane al variare dei suoi coefficienti e dunque del rango della matrice dei coeff e della matrice dei coeff+termini noti; interpretazione geometrica del sistema (tre piani coincidenti in un punto, retta e piano parallelo o contenuto in esso, tre piani paralleli e tre piani coincidenti).

$$ax+by+cz+d=0$$

$$ax'+by'+cz'+d'=0$$

$$ax''+by''+cz''+d''=0.$$

