Esercitazioni di Matematica e Statistica, Anno Accademico 2008-2009,

Scienze Biologiche e Molecolari C

V.M.Tortorelli

schema II esercitazione, 10 Ottobre 2008

1- esercizio 1.3 dal compito del 5 Febbario 2008 svolgimento seconda parte:

considerando la temperatura ambiente di 20 c, se all'istante t=0 una torta esce dal frno eviene lasciata raffreddare per quale intervallo di tempo è lecito considerare la seguente .

$$T(t) = -\frac{t^2}{4} - \frac{5}{2}t + \frac{455}{4}$$

come "legge di raffreddamento" che esprime la temperatura in funzione del tempo?

i- vanno considerati solo tempi positivi.
ii- al passare del tempo la temperatura deve diminuire cioè se $t > s$ allora dev'essere $T(s) > T(t)$.

- osservando la legge si esamina un caso più semplice $T(t) = -t^2$ in effetti per questa legge c'è diminuzione della temperatura al passar del tempo per $t > 0$: se $t > s > 0$ allora $t^2 > s^2$ ($t^2 - s^2 = (t+s)(t-s)$ poichè $t + s > 0$ $t^2 - s^2$ e $t - s$ hanno segno eguale)

-quindi anche per una legge del tipo $-(at+b)^2+c$, per i t per cui $at > -b$, c'è diminuzione di temperatura al passar del tempo

- ci si riduce a quest'ultima forma usando $(A+B)^2 = A^2 + B^2 + 2AB$

$-\left(\frac{t^2}{4} + \frac{5}{2}t - \frac{455}{4}\right) =$

(avendo il primo addendo che è un quadrato pongo $A = \frac{t}{2}$, dovendo comparie nel doppio prodotto A devo cercare gli addendi con un solo t e scriverli nella forma $2\frac{t}{2}B$ ricavando cosìB)

$-\left(\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 2\frac{t}{2}\frac{5}{2} - \frac{455}{4}\right) =$

quindi $B = \frac{5}{2}$, e si aggiunge e toglie B^2

$-\left(\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 2\frac{t}{2}\frac{5}{2} + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} - \frac{455}{4}\right) =$

$-\left(\frac{t}{2} + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{480}{4}$

che è nella forma voluta e decresce per $t \geq -5$.e ciè è vero se $t > 0$.

iii- La torta viste le ipotesi non può scendere sotto i 20 C; si devono trovare i t per cui $T(t) \geq 20$. Si tratta di studiare la diseguaglianza $t^2+10t-375 \leq 0$ accoppiata alle condizioni del problema ≥ 0. La diseguaglainza del trinomio ha come soluzioni l'intervallo tra le radici quindi i t per cui $-25 \leq t \leq 15$.

Quindi l'intervallo di tempi positivo per cuio la legge è realistica è quello da 0 a 15.

2- metodo di quadratura per $at^2 + bt + c$, $a > 0$ per giustificare la formula delle radici e la regola per le diseguaglianze utilizzando la regola $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$:

$at^2 + bt + c = (\sqrt{a}t)^2 + 2\sqrt{a}t\frac{b}{\sqrt{a}2} + \frac{b^2}{4a} + c - \frac{b^2}{4a} =$

$\left(\sqrt{a}t + \frac{b}{\sqrt{a}2}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a} - c\right) =$

$\left(\sqrt{a}t + \frac{b}{\sqrt{a}2} + \sqrt{\frac{b^2}{4a} - c}\right) \cdot$

$\left(\sqrt{a}t + \frac{b}{\sqrt{a}2} - \sqrt{\frac{b^2}{4a} - c}\right)$

3- [Benedetto degli Esposti Maffei] Per un singolo bambino da 1 a 5 anni la legge di crescita della massa corporea pare essere del tipo $p + at$. Se un bimbo ad un anno pesa 9 Kg e ha un tasso di crescita di 220 gr per mese, mentre una bimba ad un anno pesa 9.5 Kg con un tasso di crescita di 180 gr per mese è possibile che nell'arco dei cinque anni il peso del bimbo superi il doppio di quello della bimba? (soluzione grafica a posteriori)

4- Risolti $\frac{t-\sqrt{t}+1}{t-1} > 0$, $\frac{x^2-2}{x+3} > 0$. (Discussione preliminare su quando le espressioni sono ben definite "condizioni nascoste", come il tempo positivo nel primo esercizio.)

5- [Batschelet] L'intensità della luce si misura in J cm^{-2} sec^{-1} (cioè Watt per centimetri-quadri). Quanto al più una foglia dev'essere inclinata perchè l'intensità di luce da essa "assorbita" non diminuisca sotto la metà di quanto accade quando prende il sole pieno?

(Valutare la potenza assorbita com area per intensità.

L'intensità dipende dall'inclinazione.

Il coefficiente di proporzionalità tra intensità a sole pieno e quella di posizione inclinata è il rapporto tra l'area della foglia e quella della sua proiezione sul piano perpendicolare ai raggi solari.

Il rapporto tra aree è eguale al rapporto della lunghezza e quello della lunghezza dell aproiezione perpendicolare.

Ci si riduce a studiare $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $\sin\alpha \geq \frac{1}{2}$. Sul cerchio unitario.

6- Studiare $\sin x \geq \frac{1}{2}$, $\sin(1 + x^2) \geq \frac{1}{2}$

7- Calcolare l'area di un triangolo isoscele di lato 3 e apertura $\frac{\pi}{6}$

8- Calcolare l'area di un settore circolare di apertura $\frac{\pi}{5}$ e raggio 2.(Argomento euristico approssimare il settore con triangoli con base iscritta allo stesso. Se sono molti le basi dei trangoli hanno somma delle lunghezza che si avvicina a qulella dell'arco che delimita il settore. Le altezza di questi triangoli si avvicinano in lunghezza al raggio. Cosìle loro aree sommate si avvicinano a quella del settore. Ma somma di (base per altezza) è (somma delle basi) per altezza. Conclusione un settore circolare di ampiezza α e raggio R ha area $R^2\frac{\alpha}{2}$.)

ESERZCIZI LASCIATI:

-[Batschelet esempio 5.6.3]

-[Esercitazioni del dott. Saracco, corso Prof. Abate 7/11/06, es. 4.1] Quante palline di naftalina di diametro 1 cm. posso mettere in una valigia 70 per 45 per 15?