

1) Calcolare :

$$\int_A x y \, dx \, dy$$

dove : $A = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, 0 < y < \sqrt{x}\}$.

2) Determinare la funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ soluzione del seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 2xy^2 + 2xy^2 \operatorname{sen} x^2 y^2 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 2yz^2 + 2yx^2 + 2yx^2 \operatorname{sen} x^2 y^2 \\ \frac{\partial f}{\partial z} = 2zy^2 \\ f(0,0,0) = 0 \end{cases}$$

3) Dati:

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + 2x - y$$

$$A = \{(x,y) : x^2 \leq y \leq 1\}$$

a) calcolare, se esistono, i massimi ed i minimi relativi di f su \mathbb{R}^2 ;

b) calcolare: $\min_A f$, $\max_A f$;