

## Corso di Laurea in Ingegneria Edile-Architettura

### ANALISI MATEMATICA I

#### PROGRAMMA DEL CORSO - A. A. 2013 - 2014

##### **Vocabolario della teoria degli insiemi e della logica.**

Proprietà delle proposizioni e dei connettivi logici. Implicazioni. I predicati e i quantificatori. Negazione di una proposizione. Le dimostrazioni per assurdo. Significato e proprietà dei simboli della teoria degli insiemi: appartenenza, contenuto, intersezione, unione e differenza. Il principio di induzione. Il principio di induzione per i predicati (dim.). Il fattoriale ed i coefficienti binomiali. La formula di Stifel. Il triangolo di Tartaglia. La formula di Newton della potenza ennesima di un binomio (Dim.). Cenni di calcolo combinatorio.

##### **I numeri reali.**

I numeri interi, razionali e reali. Esistenza degli irrazionali: l'irrazionalità di radice di 2. Gli assiomi algebrici sui numeri reali. Le operazioni sui reali e loro proprietà. Gli intervalli. L'assioma di continuità. L'assioma di Archimede. Insiemi limitati della retta reale. Definizione di massimo e di minimo. Definizione di maggiorante e di minorante. Definizione di estremo superiore e di estremo inferiore. Caratterizzazione dell'estremo superiore ed inferiore. Esistenza dell'estremo superiore ed inferiore nei reali (Dim.). Intervalli e numeri reali. Il valore assoluto e sue proprietà. La disequaglianza triangolare (Dim.).

##### **Briciole di topologia.**

Definizione di intorni nella retta reale, intorni destri e sinistri. Definizione di punto di accumulazione.

##### **Le funzioni reali.**

Numenclatura relativa alle funzioni reali: dominio, codominio, immagine, immagine inversa, iniettività, surgettività, funzione inversa, composizione, monotonia, restrizioni. Grafici delle funzioni elementari. Inverse delle funzioni trigonometriche. Definizione di funzione limitata superiormente ed inferiormente. Definizione di estremo superiore ed inferiore di una funzione. Massimi e minimi di funzioni. Caratterizzazione dell'estremo superiore ed inferiore di una funzione. Definizione di successione reale e di successione estratta.

##### **Funzioni continue.**

Definizione di funzione continua mediante  $\varepsilon$ ,  $\delta$  e mediante gli intorni. (Dim.). Struttura lineare e algebra delle funzioni continue (continuità della somma, del prodotto, ecc., di funzioni continue) (Dim.). Teorema della permanenza del segno (Dim.). Continuità della composta di funzioni continue. Teorema degli zeri (Dim.). Teorema dei valori intermedi (Dim.). Teorema di Weierstrass. Enunciato del teorema sulla continuità dell'inversa di una funzione continua. Definizione di funzione uniformemente continua. Enunciato sull'uniforme continuità delle funzioni continue definite su un intervallo limitato e chiuso.

##### **Limiti di funzioni.**

Definizione generale di limite di funzione e sua esplicitazione nei vari casi (limite finito, infinito, ecc.). Operazioni con i limiti (Dim.). Casi di indeterminazione. Teorema della permanenza del segno (Dim.). Teorema di unicità del limite (Dim.). Teoremi del confronto e dei carabinieri (Dim.). Esempi di calcolo di alcuni limiti notevoli. Limite destro e sinistro. Teorema sui limiti di funzioni monotone (Dim.). Esempi di calcolo degli asintoti di una funzione. Il simbolo di Landau. L'algebra degli o-piccoli. Utilizzazione del simbolo di Landau per il calcolo dei limiti.

##### **Limiti di successioni.**

Definizione di limite di una successione. Definizione di sottosuccessione o successione estratta. Le successioni convergenti sono limitate (Dim.). Da ogni successione limitata si può estrarre una successione convergente. Teorema sui limiti di successioni monotone (Dim.). Il numero  $e$ . Le successioni definite per ricorrenza.

##### **Il calcolo differenziale.**

Definizione di differenziale e di derivata. Continuità delle funzioni derivabili (Dim.). Teoremi sulle operazioni con le derivate (Dim.). Derivazione di una funzione composta (Dim.). Derivazione dell'inversa di una funzione (Dim.). Definizione di massimo e di minimo relativo. Teorema sulla derivata in un punto di massimo o di

minimo relativo (Dim.). Calcolo dei massimi e dei minimi assoluti di una funzione. Dimostrazione dei teoremi di Rolle e di Lagrange. Teorema sulla funzione che ha la derivata nulla su di un intervallo (Dim.). Il teorema sulle primitive (Dim.). Relazione tra segno della derivata e monotonia della funzione (Dim.). I teoremi dell'Hospital. Le derivate seconde. Definizione di funzione convessa. Legame tra derivata seconda e convessità di una funzione. Dimostrazione del teorema sulle derivate seconde nei punti stazionari. Legame tra retta tangente e funzione convessa. Studio del grafico di una funzione. La formula di Taylor con resto di Peano e di Lagrange. Metodo delle corde e delle tangenti per il calcolo delle radici di un'equazione algebrica.

### **L' integrale.**

Definizione di integrale di Riemann. Proprietà delle funzioni integrabili (integrale della somma, ecc.). Integrabilità delle funzioni continue. Il teorema della media integrale (Dim.). Il teorema fondamentale del calcolo integrale (Dim.). Teorema di Torricelli (Dim.). Cambiamento di variabile negli integrali (integrale per sostituzione). Formula per l'integrazione per parti (Dim.). Calcolo degli integrali di funzioni razionali, di funzioni dipendenti da funzioni trigonometriche ed esponenziali, integrali di funzioni in cui compaiono radici. Calcolo di integrali in cui compaiono funzioni irrazionali quali il logaritmo, arcotangente, arcoseno, arcocoseno, o le funzioni iperboliche. Definizione di integrale generalizzato e sue proprietà.

### **Serie numeriche.**

Definizione di serie convergente, divergente, indeterminata, assolutamente convergente. Alcune serie notevoli: la serie geometrica, la serie armonica. Condizione necessaria per la convergenza di una serie è che il termine generale sia infinitesimo (Dim.). Criterio della convergenza assoluta. Criterio di Leibniz per le serie a termini si segno alterno. Criteri di convergenza per le serie a termini positivi: criterio del confronto (Dim.), criterio del rapporto (Dim.), criterio della radice ennesima (Dim.), del confronto asintotico (Dim.). Criterio integrale per la convergenza di una serie (Dim.).

### **Le equazioni differenziali.**

La nomenclatura relativa alle equazioni differenziali ordinarie. Enunciato del teorema di esistenza e unicità di Cauchy. Formula risolutiva delle equazioni differenziali lineari del primo ordine (Dim.). Risoluzione delle equazioni differenziali a variabili separabili. Risoluzione delle equazioni differenziali lineari del secondo ordine omogenee a coefficienti costanti con il metodo del polinomio caratteristico. Risoluzione delle equazioni differenziali lineari del secondo ordine non omogenee a coefficienti costanti con secondo membro di tipo polinomiale, trigonometrico o esponenziale.

### **Testi consigliati.**

E. Acerbi - G. Buttazzo *analisi matematica ABC - 1. funzioni di una variabile* - Pitagora Editrice - Bologna.

G. Buttazzo - G. Gambini - E. Santi: *Esercizi di Analisi Matematica 1* Pitagora Editrice - Bologna.

Vanno comunque bene anche altri testi di esercizi di Analisi Matematica 1.